

Legyenek $X_1, X_2, \dots$ független, azonos eloszlású valószínűségi változók, melyek szórása véges. Ekkor tetszőleges $a \in \mathbb{R}$ esetén

1. Egy Túró Rudi nettó tömege a csomagolás szerint 30 gramm, és tudjuk, hogy a nettó tömeg normális eloszlást követ 2 gramm szórással. Mi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott Túró Rudi nettó tömege 29 és 30,6 gramm közé esik?
2. Texasban a hőmérséklet eloszlása nyaranta Fahrenheit-fokban mérve $N(86; 16)$ eloszlást követ. Mi a hőmérséklet eloszlása Celsius-fokban mérve? (A Fahrenheit-skála szerint a víz fagyáspontja 32°F , a forráspontja pedig 212°F .)
3. Legyen X egy olyan normális eloszlású valószínűségi változó, amelyre $Y = 2X + 3$ standard normális eloszlást követ. Határozzuk meg X eloszlásainak a paramétereit.
4. Legyen X egy normális eloszlású valószínűségi változó m várható értékkel és σ szórással. Határozzuk meg az $Y = \left(\frac{X-m}{\sigma}\right)^2$ valószínűségi változó sűrűségfüggvényét.
5. Legyen X egy standard normális valószínűségi változó. Határozzuk meg a $\mathbb{E}(e^X)$ várható értéket.
6. Tíz dobókockával dobva jelölje X a dobott számok összegét. A centrális határeloszlás segítségével becsüljük meg a $\mathbb{P}(24 < X < 46)$ és $\mathbb{P}(31 \leq X \leq 39)$ valószínűségeket.
7. Pista egy pékségben minden reggel pontosan egy pékárut vásárol: egymástól függetlenül $1/3$ valószínűséggel sós kiflit, ami 150 Ft-ba kerül, $1/3$ valószínűséggel pogácsát, ami 300 Ft-ba kerül, és $1/3$ valószínűséggel kakaós csigát, ami 450 Ft-ba kerül.
 - (a) Határozzuk meg a várható értékét és a szórását annak, hogy hány Ft-ot költ Pista egy reggel.
 - (b) Közelítsük alkalmas approximációval annak a valószínűségét, hogy Pista a következő 40 nap alatt összesen legalább 12 500 Ft-ot fog költeni.
8. Egy pincészetben munkanapokon egymástól függetlenül, azonos eloszlással átlagosan 100 liter bort mérnek ki, 20 liter szórással. Az évből hátralévő 50 munkanap alatt 4 750 liter bort kellene eladniuk ahhoz, hogy felülmúlják a tavalyi teljesítményt. Mi annak a valószínűsége, hogy ez sikerülni fog?
9. Egy nagyváros lakosságának általunk ismeretlen p hányada dohányzik. Ezt a p hányadot akarjuk közelítőleg meghatározni. Ehhez megkérdezzük n véletlenszerűen kiválasztott lakost és megállapítjuk, hogy ezek között k állítja, hogy dohányzik. Milyen nagynak kell n -et választanunk, ha azt akarjuk elérni, hogy a megfigyelt k/n relatív gyakoriság legalább 0,95 valószínűséggel 0,005 hibahatáron belül közelítse a valódi (ismeretlen) p hányadot?

IMSc-pontos feladat.

7. Számítsuk ki a 6. feladatban szereplő valószínűségek pontos értékét (számítógép segítségével). Hány tizedesjegy pontosságú közelítést adott a centrális határeloszlás tétel?