

1. Két szabályos dobókockával dobva jelölje X és Y a dobásaink eredményét. Határozzuk meg a $\mathbb{P}(X \leq Y)$ valószínűséget.
2. Egy magyarkártya-pakliból egyszerre kihúzzunk három lapot. Jelölje X a kihúzott lapok közül a pirosak számát. Adjuk meg az X valószínűségi változó súlyfüggvényét.
3. Legyen $p \in [0, 1]$ adott. Egy olyan érmével dobunk, melynél a fej valószínűsége p . Jelölje X az első, csupa azonos dobásból álló széria hosszát. Adjuk meg az X valószínűségi változó súlyfüggvényét.
4. Egy izzókat áruló boltban az izzók 1%-a hibás. Száz darab izzót vásárolva mekkora eséllyel lesz legfeljebb három darab hibás?
5. Egy barkácsbolt 10-es csomagokban árusítja a csavarokat, melyek egymástól függetlenül 0,01 valószínűséggel hibásak. A bolt garanciát vállal arra, hogy egy csomagban legfeljebb egy hibás csavar van. A dobozok hány százaléka nem felel meg a garanciának?
6. Hányszor dobunk fel egy szabályos pénzérmét, ha azt akarjuk, hogy legalább $1/3$ legyen a valószínűsége annak, hogy legalább kétszer dobunk fejet?
7. Addig dobunk egy szabályos dobókockával, amíg 4-nél nagyobb számot nem dobunk. Jelölje X az ehhez szükséges dobások számát. Határozzuk meg a $\mathbb{P}(2 \leq X \leq 3)$ valószínűséget.
8. A $[0, 1]$ intervallumban addig választunk egymástól függetlenül, véletlenszerűen pontokat, amíg valamelyik pont az intervallum középső harmadába nem esik. Jelölje X a kiválasztott pontok számát. Mekkora a $\mathbb{P}(X < 5)$ valószínűség?
9. Addig dobunk fel egy szabályos pénzérmét, amíg nem dobunk másodjára is fejet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az első fej után a második fejig ugyanannyi dobásra van szükség, mint amennyi az első fejig kellett?
10. Egy erdőben a magoncok négyzetméterenkénti száma Poisson-eloszlású $\lambda = 2,5$ paraméterrel. Mi a valószínűsége annak, hogy egy egynégyzetméteres területen
 - (a) legfeljebb egy;
 - (b) több, mint hárommagoncot találunk?

11. Egy adott területről származó talajmintában a spórák száma Poisson-eloszlást követ. A minták harmadában egyáltalán nincs spóra, a többiben van. Mi a valószínűsége annak, hogy egy mintában a spórák száma egynél több?
 12. Átlagosan hány mazsolának kell egy sütiben lennie, ha azt szeretnénk elérni, hogy egy véletlenszerűen választott sütiben legalább 0,99 valószínűséggel legyen legalább egy szem mazsola?
 13. Egy futóversenyt sajnos kullancsok fertőzött területen rendeztek meg. A verseny után a versenyzők közül 300-an találtak magukban pontosan egy kullancsot, 75-en pedig kettőt. Becsüljük meg, hogy körülbelül hányan indulhattak a versenyen.
 14. Egy épületben négy lift van. A liftek minden nap egymástól és a korábbi napoktól függetlenül $1/2$ valószínűséggel hibásodnak meg.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy adott napon legfeljebb két lift nem működik?
 - (b) Egy adott naptól kezdve mindennap megfigyeljük, hogy melyik napon melyik liftek működnek. Jelölje Y azon nap sorszámát, amikor először fordul elő, hogy egyik lift sem működik. Határozzuk meg a $\mathbb{P}(Y > 2024 \mid Y > 2022)$ feltételes valószínűség értékét.
-

IMSc-pontos feladat.

3. Van n darab megkülönböztethető golyónk és n darab megkülönböztethető urnánk. A golyókat véletlenszerűen helyezzük el az urnákban. Mi a valószínűsége annak, hogy pontosan egy urna marad üresen?