Nevezetes diszkrét eloszlások: binomiális, geometriai és Poisson-eloszlás

1. Egy barkácsbolt 10-es csomagokban árusítja a csavarokat, amik egymástól függetlenül 0,01 valószínűséggel hibásak.
   (a) Várhatóan hány hibás csavar van egy csomagban?
   (b) A bolt garanciát vállal arra, hogy egy csomagban legfeljebb egy hibás csavar van. A dobozok hány százaléka nem felel meg a garanciának?
   (c) Addig vásárolunk csomagokat, amíg nem veszünk egy olyat, amiben legalább két hibás csavar van. Mi a valószínűsége annak, hogy legalább három csomagot kell vennünk?
   (d) Addig vásárolunk csomagokat, amíg nem veszünk egy olyat, amiben legalább két hibás csavar van. Feltéve, hogy az első két csomagban legfeljebb egy hibás csavar volt, mi a valószínűsége annak, hogy legalább öt csomagot kell vennünk?

2. Egy adott területről talajmintákat vettünk. A minták harmadában egyáltalán nincs spóra, a többiben van. Mi a valószínűsége annak, hogy egy mintában a spórák száma egynél több?

---

3. Egy villamosvonalon mindennap egymástól függetlenül 1/10 valószínűséggel fordul elő üzemzavar.
   (a) 20 napon keresztül mindennap megfigyeljük, hogy aznap előfordult-e üzemzavar a vonalon. Jelölje X azon napok számát a 20 nap közül, amikor előfordult üzemzavar. Adjuk meg
      (i) X várható értékét és szórását, valamint (ii) a $\mathbb{P}(X > 2)$ valószínűséget.
   (b) Egy adott naptól kezdve – nevezzük ezt az 1. napnak – mindennap megfigyeljük, hogy volt-e üzemzavar a vonalon, egészen addig, amíg az első üzemzavart nem tapasztaljuk.
      (i) Mennyi a valószínűsége, hogy ez az első üzemzavar pontosan a 3. napon fog bekövetkezni?
      (ii) Feltéve, hogy az első három nap egyikén sem volt üzemzavar, mi a valószínűsége, hogy az első öt nap egyikén sem tapasztalunk üzemzavart? (zh, 2025.)

4. Egy burgonyaföld egy kis darabján kétszer olyan valószínű, hogy két krumplibogarat találunk, mint hogy egyet sem.
   (a) Várhatóan hány krumplibogarat találunk a földdarabon?
   (b) Mi a valószínűsége, hogy legalább egy krumplibogarat találunk a földdarabon? (pzh, 2025. alapján)

5. Átlagosan hány mazsolának kell egy sütiben lennie, ha azt szeretnénk elérni, hogy egy véletlenszerűen választott sütiben legalább 0,99 valószínűséggel legyen legalább egy szem mazsola?

6. Addig dobunk fel egy szabályos pénzérmét, amíg nem dobunk másodjára is fejet. Mennyi a valószínűsége, hogy az első fej után a második fejig ugyanannyi dobásra van szükség, mint amennyi az első fejig kellett?

---

7. A $[0, 1]$ intervallumban addig választunk egymástól függetlenül, véletlenszerűen pontokat, amíg valamelyik pont az intervallum középső harmadába nem esik. Mi a valószínűsége, hogy kevesebb, mint 5 pontot kell kiválasztunk?

8. Egy épületben négy lift van. A liftek minden nap egymástól és a korábbi napoktól függetlenül 1/2 valószínűséggel hibásodnak meg.
   (a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy adott napon legfeljebb két lift nem működik?
   (b) Egy adott naptól kezdve mindennap megfigyeljük, hogy melyik napon melyik liftek működnek. Jelölje Y azon nap sorszámát, amikor először fordul elő, hogy egyik lift sem működik. Határozzuk meg a $\mathbb{P}(Y > 2024 \mid Y > 2022)$ értéket. (zh, 2024. alapján)

9. Egy kiadó könyveiben a betűk egymástól függetlenül vannak elgépelve, és 10 oldalanként átlagosan 3 olyan oldal van, amin nincs elgépelési hiba.
   (a) Várhatóan hány gépelési hiba található egy oldalon?
   (b) Mi a valószínűsége annak, hogy 2 elgépelés van egy oldalon?
   (c) Várhatóan hány olyan oldal van egy 300-oldalas könyvben, amin legalább 2 elgépelés van?

10. Legalább hányszor dobjunk fel egy szabályos pénzérmét, ha azt akarjuk, hogy legalább 1/3 legyen a valószínűsége annak, hogy legalább kétszer dobunk fejet?

11. Egy futóversenyt sajnos kullanccsal fertőzött területen rendeztek meg. A verseny után a versenyzők közül 300-an találtak magukban pontosan egy kullancsot, 75-en pedig kettőt. Becsüljük meg, hogy hányan indulhattak a versenyen.