

Wiederholungsaufgaben Ergebnisse

1. $\frac{7}{9}$

2. die Ereignisse sind unabhängig

3. a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8} \approx 0,8927$

4. 0,465

5. a) 0,6452 b) 0,2258 c) 0,1290

6. $\frac{1}{3}$

7. 0,4375

8. 10

9. a)

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X \leq 3) &= \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^n + n \cdot \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^{n-1} \\ &\quad + \frac{n(n-1)}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \left(\frac{\pi}{4}\right)^3 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^{n-3} \\ \mathbb{E}(X) &= \frac{n\pi}{4}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(Y \leq 3) &= \left(1 - \frac{\pi}{4n}\right)^n + \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\pi}{4n}\right)^{n-1} \\ &\quad + \frac{n-1}{2n} \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \left(1 - \frac{\pi}{4n}\right)^{n-2} + \frac{(n-1)(n-2)}{6n^2} \left(\frac{\pi}{4}\right)^3 \left(1 - \frac{\pi}{4n}\right)^{n-3} \\ \mathbb{E}(X) &= \frac{\pi}{4}\end{aligned}$$

c) für $n = 10$

$$\mathbb{P}(X \leq 3) = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^{10} + 10 \cdot \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^9 + 45 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^8 + 120 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^3 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)^7 \approx 0,001351$$

und

$$\mathbb{P}(U \leq 3) = e^{-5\pi/2} \left(1 + \frac{5\pi}{2} + \frac{(5\pi)^2}{8} + \frac{(5\pi)^3}{48}\right) \approx 0,0468$$

bzw.

$$\mathbb{P}(Y \leq 3) = \left(1 - \frac{\pi}{40}\right)^{10} + \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\pi}{40}\right)^9 + \frac{9}{20} \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \left(1 - \frac{\pi}{40}\right)^8 + \frac{3}{25} \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^3 \left(1 - \frac{\pi}{40}\right)^7 \approx 0,9946$$

und

$$\mathbb{P}(U \leq 3) = e^{-\pi/4} \left(1 + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi^2}{32} + \frac{\pi^3}{384}\right) \approx 0,9915$$

10. 0,2583

11. 13

12. Erwartungswert: 4, Standardabweichung: 2, Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{3}$

$$13. \mathbb{D}^2(X) = \frac{263}{576}, \quad \mathbb{D}^2(Y) = \frac{15}{16}, \quad \mathbb{D}^2(X + Y) = \frac{959}{576}$$

$$14. \text{ a) } \frac{1}{n}, \quad \text{*b) } \frac{n-1}{2}, \quad \text{*c) } n$$

$$15. \alpha = \frac{5}{211}, \quad F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{falls } t < 2 \\ \frac{1}{211}(t^5 - 32) & \text{falls } 2 \leq t < 3, \\ 1 & \text{falls } 3 \leq t \end{cases}$$

$$\mathbb{P}(X > 12) = 0, \quad \mathbb{E}(X) \approx 2,6264, \quad \mathbb{D}^2(X) \approx 0,0723$$

$$16. \alpha = \frac{1}{5}, \beta = -2$$

$$17. \mathbb{P}(0 < \sqrt{Y} < 2) = \frac{3}{4}, \quad \mathbb{E}(Y^2) = 21 - 5 \ln 5 \approx 12,9528 \quad \left(\alpha = \frac{5}{2} \right)$$

$$18. 0,4294$$

$$19. Y \sim \text{Exp}(1), \text{ also } f_Y(t) = \begin{cases} e^{-t}, & \text{falls } t > 0, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad \mathbb{D}(Y) = 1$$

(eine ausführliche Lösung befindet sich [hier](#), siehe die Lösung von Aufgabe 6)