

5. Übungsblatt

Geometrische Wahrscheinlichkeiten, Verteilungsfunktion

1. Ein Punkt wird im Quadrat mit Ecken $(\pm 10; \pm 10)$ ausgewählt. Berechnen wir die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Punkt im Dreieck mit Ecken $(-1; -1)$, $(-1; 7)$, $(5; -1)$, im Bild von diesem Dreieck bei der Spiegelung am Ursprung, oder im Quadrat mit Ecken $(\pm 2; \pm 2)$ liegt.
 2. Zwei Zahlen werden im Intervall $[0, 1]$ zufällig und unabhängig voneinander ausgewählt. Berechnen wir die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine der Zahlen größer als zweimal die andere ist.
 3. Ein Punkt $P = (a, b)$ wird im Einheitsquadrat zufällig ausgewählt. Bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Polynom $p(x) = ax^2 - 2bx + 1$ keine reelle Wurzel hat.
 4. Zwei Zahlen x und y werden unabhängig voneinander zufällig ausgewählt, x im Intervall $(0; 2)$ und y im Intervall $(0; 3)$. Bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es möglich ist, ein Dreieck mit Seiten x , y und 1 zu konstruieren.
 5. Ein Zufallsgenerator erzeugt zwei zufällige reelle Zahlen x und y zwischen 0 und 1 unabhängig voneinander. Bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Ungleichungen $x + y < 1$ und $x \cdot y < 0,16$ gelten.
 6. Ein Punkt wird im Einheitsquadrat zufällig ausgewählt. Bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Abstand zwischen dem Punkt und der näheren Diagonale des Quadrats kleiner ist, als der Abstand zwischen dem Punkt und der nächstliegenden Seite des Quadrats.
 7. Zwei Freunde wollen sich an einem bestimmten Ort treffen. Jeder der beiden Freunde kommt zu einem zufälligen Zeitpunkt zwischen 10:00 und 11:00 Uhr an und wartet 20 Minuten lang auf die Ankunft des anderen Freundes. Wenn der andere Freund innerhalb dieser 20 Minuten nicht erscheint, findet das Treffen nicht statt. Bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $A = \text{“Freunde treffen sich”}$.
-
8. Sei X die kleinste gezogene Lottozahl. Geben wir den Wert der Verteilungsfunktion von X an der Stelle 25. Ist diese Verteilungsfunktion stetig?
 9. Sei X das Ergebnis eines Wurfes mit einem Würfel. Geben wir die Verteilungsfunktion der Variable $Y = (X - 3)^2$.
 10. Entscheiden wir, ob die durch die unten angegebenen Zuordnungen definierten Funktionen auch Verteilungsfunktionen von Zufallsvariablen sind.
 - a) $F(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } t \geq 0 \text{ ist,} \\ 0 & \text{ansonsten.} \end{cases}$
 - b) $F(t) = e^{-e^{-t}}$
 - c) $F(t) = 1 - e^{-t^2}$
 - d) $F(t) = \frac{1}{\pi} \arctan(t) + \frac{1}{2}$
 11. Wir wählen einen Punkt P im gleichschenkligen Dreieck mit Ecken $(1; 0)$, $(0; 1)$ und $(-1; 0)$ zufällig aus. Sei X der Abstand zwischen P und der x Achse.
 - a) Bestimmen wir die Verteilungsfunktion von X .
 - b) Berechnen wir die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $\{0,25 < X \leq 0,5\}$.
 12. Wir wählen zwei Zahlen zufällig und unabhängig im Intervall $[0; 1]$. Sei X der Abstand dieser Zahlen. Geben wir die Verteilungsfunktion von X .
 13. Zwei Zahlen werden zufällig und unabhängig im Intervall $[-1; 1]$ ausgewählt, sei Y ihre Summe. Was ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Y positiv ist? Geben wir die Verteilungsfunktion von Y an.
 14. Zwei Punkte werden zufällig auf zwei gegenüberliegenden Seiten des Einheitsquadrats ausgewählt, sei X das Quadrat des Abstands der Punkte. Bestimmen wir die Verteilungsfunktion von X .
 - *15. Drei Zahlen werden zufällig im Intervall $(0, 1)$ ausgewählt. Sei Y der Wert der mittleren Zahl. Bestimmen wir die Verteilungsfunktion von Y .