14. Übungsblatt
Konfidenzintervalle, Hypothesentests
Ergebnisse

1.

a) $\left[167 - \frac{5}{\sqrt{101}} \cdot u_{0,025}; 167 + \frac{5}{\sqrt{101}} \cdot u_{0,025}\right] \approx [166{,}025; 167{,}975]$,

*b) $\left[\frac{100\cdot 16}{\chi^2_{100;\,0,025}}; \frac{100\cdot 16}{\chi^2_{100;\,0,025}}\right] \approx [12{,}35; 21{,}56]$,

c) $\left[167 - \frac{4}{\sqrt{101}} \cdot t_{100;\,0,025}; 167 + \frac{4}{\sqrt{101}} \cdot t_{100;\,0,025}\right] \approx [166{,}2103; 167{,}7897]$.

2. $\overline{x_7} = 37$; $(s_7^*)^2 = \dfrac{149}{300}$; das Konfidenzintervall:

$$\left[37 - \frac{\sqrt{\frac{149}{300}}t_{6,0.05}}{\sqrt{7}}; 37 + \frac{\sqrt{\frac{149}{300}}t_{6,0.05}}{\sqrt{7}}\right] \approx [36{,}4824; 37{,}5176].$$

---

3. (a) $H_0\colon \mu \le 2$ vs. $H_1\colon \mu > 2$ (wo μ den Erwartungswert der Anzahl der täglich aktualisierten Applikationen bezeichnet).
   (b) Falls $t \in (-\infty; t_{7;0,05}] \approx (-\infty; 1{,}8946]$.
   (c) $t = \frac{\overline{x_8}-2}{s_8^*}\sqrt{8} = \frac{3-2}{\sqrt{24/7}}\sqrt{8} = \sqrt{7}/\sqrt{3} \approx 1{,}5275$; H_0 wird angenommen.
   (d) Die Lösung vom Teil a) ändert sich nicht; b): falls $u \in (-\infty; u_{0,05}] \approx (-\infty; 1{,}645]$, c): $u = \frac{\overline{x_8}-2}{\sigma}\sqrt{8} = \sqrt{2} \approx 1{,}4142$; H_0 wird (wieder) angenommen.

4. $H_0\colon \mu = 1$ vs. $H_1\colon \mu \ne 1$ in beiden Fällen, wo μ den Erwartungswert der Breite (in Meter gemessen) der Fenster bezeichnet.

   a) H_0 wird genau dann angenommen, falls $u \in [-u_{0,025}; u_{0,025}] = [-1{,}96; 1{,}96]$. Der Wert der Teststatistik ist $u = \frac{\overline{x_{10}}-1}{2}\sqrt{10} = \frac{-0{,}01}{0{,}02}\sqrt{10} \approx -1{,}5811$, also wird H_0 angenommen.

   b) H_0 wird genau dann angenommen, falls $t \in [-t_{9;0,025}; t_{9;0,025}] = [-2{,}262; 2{,}262]$. Der Wert der Teststatistik ist $t = \frac{\overline{x_{10}}-1}{s_{10}^*}\sqrt{10} = \frac{-0{,}01}{\sqrt{44/90000}}\sqrt{10} \approx -1{,}4302$, also wird H_0 wieder angenommen.

5. (a) $H_0\colon \mu \ge 20$ vs. $H_1\colon \mu < 20$, wo μ der Erwartungswert des Gewichts (in dkg gemessen) der Flammkuchen ist.
   (b) H_0 wird genau dann angenommen, falls $t \in [-t_{9;0,05}; \infty) = [-1{,}833; \infty)$.
   (c) $t = \frac{\overline{x_{10}}-20}{s_{10}^*}\sqrt{10} = -2\sqrt{10} = -6{,}3246$; H_0 wird verworfen (also wird H_1 angenommen).

6.

7. $H_0\colon \mu_1 = \mu_2$ vs. $H_1\colon \mu_1 \ne \mu_2$ in beiden Fällen (wo μ_1 bzw. μ_2 die Erwartungswerte der Körpergröße (in Zentimeter gemessen) der männlichen Maschinenbauingenieur-Studenten bzw. Bauingenieur-Studenten sind).
   (a) beim Fehlerniveau 5% wird H_0 genau dann angenommen, falls $u \in [-u_{0,025}; u_{0,025}] \approx [-1{,}96; 1{,}96]$, beim Fehlerniveau 1% wird H_0 genau dann angenommen, falls $u \in [-u_{0,005}; u_{0,005}] \approx [-2{,}58; 2{,}58]$. (Aufgrund der Verteilungstabelle würde die Antwort $[-2{,}57; 2{,}57]$ auch akzeptiert, aber $[-2{,}58; 2{,}58]$ ist präziser.)
   Der Wert der Teststatistik ist $u = \frac{\overline{x_{10}}-\overline{y_{20}}}{\sqrt{\frac{2}{10}+\frac{1}{20}}} = 2$, also wird H_0 beim Fehlerniveau 5% verworfen, aber sie wird beim Fehlerniveau 1% angenommen.
   (b) beim Fehlerniveau 5% wird H_0 genau dann angenommen, falls $t \in [-t_{28;0,025}; t_{28;0,025}) \approx [-2{,}045; 2{,}045]$, beim Fehlerniveau 1% wird H_0 genau dann angenommen, falls $t \in [-t_{28;0,005}; t_{28;0,005}] \approx [-2{,}462; 2{,}462]$.
   Der Wert der Teststatistik ist $t = \frac{\overline{x_{10}}-\overline{y_{20}}}{\sqrt{\frac{9\cdot 2^2+19\cdot 1^2}{28}}}\sqrt{\frac{200}{30}} = \sqrt{\frac{112}{33}} \approx 1{,}8423$, also wird H_0 in den beiden Fällen angenommen.