

6. Übungsblatt

Stetige Zufallsvariablen, Dichtefunktion, uniforme und exponentielle Verteilungen,
Erwartungswert im stetigen Fall, transformierte Zufallsvariablen

Ergebnisse

1. a) nicht stetig

b) stetige Verteilung, Dichtefunktion: $f(t) = e^{-t}e^{-e^{-t}}$

c) stetige Verteilung, Dichtefunktion: $f(t) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+t^2}$

Diese Verteilung ist die sogenannte Standard-Cauchy-Verteilung (oder auch studentsche t -Verteilung mit Freiheitsgrad 1).

2.

$$(a) \alpha = \frac{3}{4}, \quad F(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{3}{4}t^2 - \frac{1}{4}t^3 & 0 \leq t < 2 \\ 1 & 2 \leq t \end{cases}$$

$$(b) \alpha = \frac{3}{2}, \quad F(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ \sqrt{(t-2)^3} & 2 \leq t < 3 \\ 1 & 3 \leq t \end{cases}$$

$$(c) \alpha = \frac{3}{2(2\sqrt{2}-1)}, \quad F(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ \frac{\sqrt{(t-2)^3}-1}{2\sqrt{2}-1} & 3 \leq t < 4 \\ 1 & 4 \leq t \end{cases}$$

$$(d) \alpha = \frac{1}{2}, \quad F(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sin\left(\frac{t}{2}\right) & 0 \leq t < \pi \\ 1 & \pi \leq t \end{cases}$$

$$(*e) \text{ a) } 1 \quad \text{b) } 2,63 \quad \text{c) } 3,54 \quad \text{d) } \frac{\pi}{3}$$

3. Jede Variable ist stetig.

$$\text{Aufgabe 11 und 12:} \quad f_X(t) = \begin{cases} 2-2t, & \text{falls } 0 < t < 1, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad \mathbb{E}(X) = \frac{1}{3}$$

$$\text{Aufgabe 13:} \quad f_Y(t) = \begin{cases} \frac{2+t}{4}, & \text{falls } -2 < t \leq 0, \\ \frac{2-t}{4}, & \text{falls } 0 < t \leq 2, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases} \quad \mathbb{E}(Y) = 0$$

$$\text{Aufgabe 14:} \quad f_X(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t-1}} - 1, & \text{falls } 1 < t < 2, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad \mathbb{E}(X) = \frac{7}{6}$$

$$\text{Aufgabe 15:} \quad f_Y(t) = \begin{cases} 6t-6t^2, & \text{falls } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{ansonsten} \end{cases} \quad \mathbb{E}(Y) = \frac{1}{2}$$

4. 45,072 l, 16,667 l

5. $c = 10,8928$, $d = 3,749$

*6. $\frac{5}{16}$

7. a) 2 b) 0,9817 c) 0,5

8. 0,6065

9. 0,6703

10. $\mathbb{E}(X) \approx 1,4427$, $\mathbb{D}^2(X) \approx 2,0814$

11. $F_Y(\pi) = \mathbb{P}(Y \leq \pi) = e^{-\lambda}(1 + \lambda)$

12. $F_Y(t) = \begin{cases} 0 & \text{falls } t < 1, \\ \frac{t^2 - 1}{3} & \text{falls } 1 \leq t < 2, \\ 1 & \text{falls } t \geq 2 \end{cases}$

$$f_Y(t) = \begin{cases} \frac{2}{3}t & \text{falls } 1 < t < 2, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathbb{P}(1,2 < Y < 1,4) = \frac{13}{75}, \quad \mathbb{E}(Y) = \frac{14}{9}$$

13. $e - 1$

14. $\frac{4}{45}$

15.

$$f_Y(t) = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\sqrt{t}} e^{-\lambda\sqrt{t}} & \text{falls } 0 < t, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad \mathbb{D}^2(Y) = \frac{20}{\lambda^4}$$

*16.