

Optimisták és kevésbé optimisták

A leíró logikák a szemantikus világháló matematikai hátterét adják. Leíró logikában kétféle állítást fogalmazhatunk meg:

- A T-doboz ún. terminológiai állításokból áll, pl.¹

ha valakinek van optimista szülője, akkor ő maga is optimista (1)

ha valakinek van nem-optimista barátja, akkor ő optimista (2)

- Az A-doboz ún. adatállításokat tartalmaz, pl.

B-nek barátja C. A-nak szülője B. (3)

B optimista. C nem optimista. (4)

A kétargumentumú relációkat a leíró logikákban *szerepnek* hívják, míg az egyargumentumúakat *fogalomnak*. Ennek megfelelően a (3) sorban ún. *szerepállítások*, míg a (4)-ben ún. *fogalmi állítások* állnak.

Tegyük fel, hogy T-dobozunk az (1) és (2) állításokat tartalmazza, és van egy A-dobozunk amely kizárólag a „barátja” és „szülője” szerepekre vonatkozó állításokból áll. Mivel az A-dobozban egyáltalán nem fordulnak elő fogalmi állítások, ezért senkiről sem tudhatjuk, hogy optimista, vagy hogy nem-optimista.

Egy ilyen A-doboz felfogható egy két színnel színezett irányított gráfként, amelyben mondjuk a barna színű élek jelentik a „barátja” kapcsolatot, a (szilva)-kék színűek pedig a „szülője” relációt. A gráf teljesen általános lehet, nincs semmilyen elvárásunk a „szülője” és „barátja” relációkkal kapcsolatban.

Feladatok:

1. Mutass példát egy olyan A-dobozra, amelyből az (1) és (2) állítások segítségével levezethető egy „X optimista” alakú állítás!
2. Jellemezd azokat a gráfokat, amelyekből képzett A-dobozok esetén (1) és (2) segítségével levezethető „X optimista” alakú állítás! Próbálj meg szükséges és elégséges feltételt megfogalmazni!
3. Van-e olyan A-doboz, amely kizárólag „X barátja Y” alakú állítás(oka)t tartalmaz, és amelyből (1) és (2) segítségével levezethető „X optimista” alakú állítás?

¹Az (1) és (2) állításokat formálisan a következőképpen szokták leírni:

$$\exists \text{szülője.Optimista} \sqsubseteq \text{Optimista}, \exists \text{barátja.}\neg\text{Optimista} \sqsubseteq \text{Optimista},$$

de ez a továbbiak szempontjából nem lényeges.