

Dinamikus programozás

Aszal, 2024 tavasz

1. Egy f fokú létrán bizonyos fokok annyira rozogák, hogy ha rálépünk, leszakadnak. Szerencsére tudjuk, hogy melyik fokok ilyenek, hova nem szabad lépni. Egy lépéssel legfeljebb 3 fokot tudunk lépni. Adjon dinamikus programozást használó algoritmust ami meghatározza, hogy a létra aljától hányféleképpen tudunk feljutni a létra legfelső fokára!
(Feltehető, hogy a legfelső fokra rá szabad lépni.)
2. Egy n és egy m karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg $a_1a_2 \cdots a_n$ és a másik $b_1b_2 \cdots b_m$, akkor olyan $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$ indexeket keresünk, hogy $a_{i+1}a_{i+2} \cdots a_{i+t} = b_{j+1}b_{j+2} \cdots b_{j+t}$ teljesüljön a lehető legnagyobb t számra. Adjon erre a feladatra $O(nm)$ lépést használó algoritmust.
3. Az $a_1 \cdots a_i$ és $b_1 \cdots b_j$ sorozatokban meg akarjuk határozni a leghosszabb közös részsorozat hosszát. Adjon erre a feladatra $O(nm)$ lépést használó algoritmust.
4. (a) Adott $n + 1$ darab ($n \geq 1$) pozitív egész szám: s_1, s_2, \dots, s_n, b és azt szeretnénk eldönteni, hogy előáll-e a b szám néhány s_i szám összegeként. (Mindegyik s_i legfeljebb egyszer használható fel az összegben.)
Adjunk dinamikus programozást használó $O(n \cdot b)$ lépésszámú algoritmust erre a feladatra (melynek neve Részhalmaz-összeg probléma, rövidítése RH).
(b) Adjunk dinamikus programozást használó $O(n \cdot b)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza azt, hogy a b szám hányféleképpen áll elő néhány s_i szám összegeként. (Mindegyik s_i legfeljebb egyszer használható fel az összegben.)
5. Adott egy n csúcsú út, ahol minden csúcsban egy pozitív egész számot tárolunk. Ki szeretnénk választani egy olyan részhalmazát a csúcsoknak, amiben nem szerepelnek szomszédos csúcsok és ahol a számok összege a lehető legnagyobb. Adjon erre a feladatra $O(n)$ lépésszámú algoritmust.
6. Adott egy n csúcsú bináris fa. Adjon $O(n)$ lépésszámú algoritmust egy, a fában található legtöbb élből álló út hosszának a megtalálására.
7. Szomszédossági listával adott egy n csúcsú fa, ahol minden csúcsban egy pozitív egész számot tárolunk. Ki szeretnénk választani egy olyan részhalmazát a csúcsoknak, amiben nem szerepelnek szomszédos csúcsok és ahol a számok összege a lehető legnagyobb. Adjon erre a feladatra $O(n)$ lépésszámú algoritmust.
8. Legyenek a_1, a_2, \dots, a_n tetszőleges egész számok és $m < n^2$ egész. Adjon algoritmust, amely a bináris alakjukkal megadott a_1, a_2, \dots, a_n és m számokról eldönti polinom időben, hogy az a_1, a_2, \dots, a_n számok közül kiválasztható-e néhány úgy, hogy az összegük m -mel osztva egyet adjon maradékul.