

Algoritmusok és gráfok - Zárthelyi
2024. november 7.

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. (a) Igaz-e, hogy ha egy algoritmus lépésszáma

$$14^{14} \cdot n^2 + 8 \cdot n^3 - 7 \cdot \sqrt{n} + 2024$$

akkor az algoritmus lépésszáma $O(n^3)$?

- (b) Igaz-e a fenti esetben az, hogy az algoritmus lépésszáma $O(n^4)$?

Ha úgy véli, hogy az állítás igaz, akkor megfelelő c konstans és n_0 küszöbérték megadásával lássa ezt be, ha pedig úgy véli, hogy hamis, akkor bizonyítsa be ezt.

2. Egy ismeretlen 7 elemű tömböt rendezünk egy tanult rendező algoritmussal és pontosan három csere után az alábbi tömböt kapjuk: 1, 2, 8, 7, 3, 6, 10. Lehetséges-e, hogy a használt rendezőalgoritmus a
- (a) kiválasztásos rendezés
 - (b) buborékredezés
 - (c) beszúrásos rendezés?

3. Egy bináris keresőfa preorder bejárása során a fa csúcsait 10, 7, 5, 9, 8, 13, x , 20 sorrendben látogatjuk meg, ahol x egy olyan egész szám, ami máshol nem fordul elő a fában. Rajzolja fel az összes lehetséges bináris keresőfát és adja meg az összes lehetséges x értéket, ahol ez előfordulhat és magyarázza el azt is, hogy miért csak ezek az esetek lehetségesek.

4. Egy 11 méretű hash táblába 9 kulcsot szűrtünk be valamilyen sorrendben nyílt címzéssel, lineáris próbával (a lineáris próba lefele indul), a használt hash függvény a $h(K) = K$ maradéka 11-gyel osztva függvény volt. Ezután egy értéket kitöröltünk, ennek helyét $\star$ jelzi, így az alábbi táblát kaptuk.
- (a) Történhetett-e az utolsó beszúrás a 6-os cellában, ami most törölt?
 - (b) Melyik, a tömbben most is szerepő szám lehetett az utolsó, amit beszűrtünk? Az összes lehetséges ilyen számot adja meg.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
23	13	3	14	5	18	$\star$	7			22

- (c) Hogyan zajlik a 28-as kulcs keresése a fenti táblában?

5. Adott egy (nem feltétlenül rendezett) tömb, melyben n darab csupa különböző egész számot tárolunk és adott egy AVL-fa, melyben szintén n különböző elem van. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy hány közös eleme van az AVL-fának és a tömbnek.
6. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami megadja egy szomszédossági mátrixával adott $n \geq 2024$ csúcsú irányítatlan G gráfról, hogy hány olyan csúcsa van, aminek a fokszáma 1.

Először vázolja egy ilyen algoritmus működését pár mondatban szövegesen, majd adjon meg egy pszeudokódot is erre a feladatra.

Algoritmusok és gráfok - Pótzárthelyi
2024. november 28.

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy $n \geq 1$ hosszú A tömb, ami egész számokat tartalmaz, az eljárás outputja pedig az S érték. Mutassa meg, hogy az eljárás lépésszáma $O(n^2)$. (Lépésnek az értékadás és két szám összeadása számít.)

```
S := 0
ciklus i = 1-től n-ig:
    j := i
    M := 0
    ciklus amíg j > 0:
        M := M + A[j]
        j := j - 1
    ciklus vége
    S := S + M
ciklus vége
```

2. Az összefésüléssel rendezést futtatjuk a 6, 7, 8, 9, 12, 11, x , 20 nyolc elemű tömbön és tudjuk, hogy x csak egy összehasonlításban vesz részt a rendezés során.
- (a) Lehetséges-e, hogy $x = 15$?
- (b) Lehetséges-e, hogy $x = 31$?
3. Egy bináris keresőfában az 5, 6, 7, 9, 11, 15, 32 számokat tároljuk valamilyen elrendezésben és tudjuk, hogy amikor a 11-et keressük, akkor a keresés során a 7, 15, x , 11 számokat látjuk ebben a sorrendben.
- (a) Adja meg x összes lehetséges értékét. (Az x a fában tárolt hét érték közül valamelyik, az a kérdés, hogy melyik lehet.)
- (b) Rajzolja fel az összes lehetséges bináris keresőfát, ahol a fenti helyzet előfordulhat és magyarázza el azt is, hogy miért csak ezek az esetek lehetségesek.
4. Egy 11 méretű hash táblába 7 kulcsot szúrtunk be valamilyen sorrendben nyílt címzéssel, lineáris próbával (a lineáris próba lefele indul), a használt hash függvény a $h(K) = K$ maradéka 11-gyel osztva függvény volt. A beszúrások után kettő értéket kitöröltünk, ezen törlések helyét $\star$ jelzi, így az alábbi táblát kaptuk.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11			3	$\star$	6	17			21	$\star$

- (a) Mi lehetett a 4-es cellából kitörölt érték, ha tudjuk, hogy olyan 0-nál nagyobb, 30-nál kisebb egész szám volt, ami máshol nem fordult elő a tömbben? Az összes lehetséges ilyen számot adja meg.
- (b) Hogyan zajlik a fenti tömbben a 22-es érték keresése?
5. Adott egy n hosszú tömb, melyben különböző egész számokat tárolunk. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy legfeljebb két olyan x érték szerepel a tömbben, amelyre $x + 17$ nincsen benne a tömbben.
6. Egy irányított gráfban forrásnak nevezünk egy csúcsot, ha egyetlen él sem vezet belé. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami megadja egy szomszédossági mátrixával adott $n \geq 2024$ csúcsú irányított G gráfról, hogy van-e benne forrás.

Először vázolja egy ilyen algoritmus működését pár mondatban szövegesen, majd adjon meg egy pszeudokódot is erre a feladatra.