

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy $n \geq 9$ szám és egy n méretű $A[0 : n - 1]$ tömb, melyben csupa pozitív egész számot tárolunk. A pszeudokódban egy lépésnek az értékadás és az összeadás számít. Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma $O(n)$?

```
ciklus k = 0 -tól 7-ig:
    ciklus s = (n - 1)-tól (n - 8)-ig:
        A[s] := A[s] + A[k] + 3
    ciklus vége
ciklus vége
```

```
i := 1
j := n-1
ciklus amíg i < j:
    A[i] := A[i] + 17
    i := i + 1
    j := j - 1
ciklus vége
```

```
ciklus i=1-től n-ig:
    ha i == 1 vagy A[1,i] == 1:
        T[i] := 1
    ciklus vége
```

```
ciklus j = 1-től n-ig:
    ha T[j] == 0:
        ciklus k = n-től 1-ig:
            ha A[k, j] == 1 és T[k] == 1:
                T[j] := k
        ciklus vége
```

2. A 2, 3, 8, 5, 1, 7, 4 tömböt rendezzük. Eközben előállhat-e az 1, 2, 3, 5, 8, 7, 4 sorrend, ha
- beszúrásos rendezést használunk?
 - kiválasztásos rendezést használunk?
3. Egy bináris keresőfában az 5-ös szám keresésekor az alábbi számokat látjuk ebben a sorrendben addig, amíg a keresett 5-ös értéket meg nem találjuk: 4, 10, 7, 5. Tudjuk továbbá, hogy ezt a fát posztorder bejárással bejárva a csúcsokat 2, 1, 5, 8, 7, 11, 13, 12, 10, 4 sorrendben látogatjuk meg. Adja meg azt az egyetlen bináris keresőfát, amiben ez előfordulhat és mutassa meg, hogy csak ez a fa lehetséges.
4. Egy 11 méretű hash táblába 7 kulcsot szűrtünk be nyílt címmel, lineáris próbával, a használt hash függvény a $h(K) = K$ maradéka 11-gyel osztva függvény volt. (A lineáris próba lefele indul.) Törlés nem történt.
Ezután a hash táblát lemásoltuk kézzel egy papírra, de sajnos az egyik számot rosszul írtuk le.
- Melyik a rosszul leírt szám, ha ez a lemásolt tábla?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	12		14	5	6	17				16

- Mi lehetett az az x érték, amit rosszul másoltunk le, ha tudjuk, hogy $20 \leq x \leq 30$ és x máshol nem szerepelt a táblában?
5. Adott egy $n \geq 2$ méretű tömb, melyben csupa különböző egész számot tárolunk. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a tömbben szereplő bármelyik számnak vagy a fele vagy a kétszere is benne van a tömbben.
6. Egy szomszédossági mátrixával adott $n > 19$ csúcsú, irányított G gráfban 17 csúcs pirosra van színezve, a többi csúcs színtelen. A színezés egy n méretű, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott (ha a csúcs piros, akkor $C[v] = \text{piros}$, különben $C[v] = \text{színtelen}$).

Adott továbbá két kijelölt szintelen csúcs, A és B és A -ból szeretnénk B -be eljutni a gráf éleit használva úgy, hogy legfeljebb egy piros csúcson megyünk át. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami a szomszédossági mátrix különböző módosításaival és egy tanult algoritmus változtatás nélküli (többszöri) futtatásával eldönti, hogy ez lehetséges-e és ha lehetséges, akkor azt is megadja, hogy hány élből áll egy, a lehető legkevesebb élet használó ilyen eljutás.

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy G gráf A szomszédossági mátrixa (a gráfnak $n \geq 2$ csúcsa van) és egy n hosszú, csupa nullát tartalmazó T tömb. A pszeudokódban egy lépésnek az értékadás és az összehasonlítás számít.

(a) Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma $O(n^2)$?

(b) Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma $O(n^3)$?

```
ciklus i=1-től n-ig:
    ha i == 1 vagy A[1,i] == 1:
        T[i] := 1
ciklus vége

ciklus j = 1-től n-ig:
    ha T[j] == 0:
        ciklus k = n-től 1-ig:
            ha A[k, j] == 1 és T[k] == 1:
                T[j] := k
        ciklus vége
ciklus vége
```

2. A 9, 5, 7, 11, 3, 2, 12, 6 tömböt rendezzük összefésüléses rendezéssel. Hány összehasonlításban vesz részt a rendezés során a 12-es szám?
3. Mutassa meg, hogy egy bináris keresőfában egy keresés során soha nem fordulhat elő, hogy a 10, 5, 7, 6, 2, 3 számokat látjuk ebben a sorrendben.
4. Egy irányított, hat csúcsú gráfot DFS-sel (mélységi bejárással) bejárva az AB, BC, CD, CE, EF élek kerülnek be a feszítőfába ebben a sorrendben. Mutassa meg, hogy ekkor biztosan nem lehetséges, hogy ugyanebben a gráfban az A -ból induló BFS (szélességi bejárás) az AB, AC, AD, AE, DF éleket választja be a feszítőfába ebben a sorrendben.
5. Adott egy $n \geq 2$ méretű tömb, melyben különböző egész számokat tárolunk. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e a tömbben 10 egymást követő egész szám.
6. Egy szomszédossági mátrixával adott n csúcsú, irányított G gráfban az s és a t csúcsok színtelenek, minden más csúcs vagy piros vagy kék vagy sárga. A színezés egy n méretű, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott, ahol $C[v]$ a v csúcs színét adja meg.
Az s csúcsból szeretnénk t -be eljutni a gráf éleit használva úgy, hogy eközben legfeljebb két színt használunk. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami a szomszédossági mátrix különböző módosításaival és egy tanult algoritmus változtatás nélküli (többszöri) futtatásával eldönti, hogy ez lehetséges-e és ha lehetséges, akkor azt is megadja, hogy hány élből áll egy, a lehető legkevesebb élet használó ilyen eljutás.