

A válaszokat indokolni kell. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy $n \geq 2$ méretű $A[0 : n - 1]$ tömb, melyben csupa egész számot tárolunk, negatív számok és nulla is előfordulhat. A pszeudokódban egy lépésnek az összehasonlítás, az értékadás és az összeadás számít. Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma $O(n)$? Válaszát indokolja!

```
ciklus i = 0-tól (n-1)-ig:
    ha A[i] < 0:
        A[i] := 1
ciklus vége

ciklus j = 0-tól 17-ig:
    ciklus i = 0-tól (n-1)-ig:
        A[i] := A[i] + j
    ciklus vége
ciklus vége
```

2. Az 5, 2, x , 14 tömböt összefésüléses rendezéssel rendezzük, ahol x egy olyan egész szám, ami máshol nem szerepel a tömbben. Adja meg x összes lehetséges értékét, ha
- (a) x -et a rendezés során csak egyetlen másik elemmel hasonlítjuk össze.
 - (b) x -et a rendezés során mindhárom másik elemmel összehasonlítjuk.
- Mindkét esetben magyarázza is el, hogy miért csak ezek az értékek lehetségesek.
3. Egy bináris keresőfában az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számokat tároljuk. A 6-os szám keresésekor az alábbi számokat látjuk ebben a sorrendben addig, amíg a keresett 6-os értéket megjeljük: 3, 10, 5, 8, 6. Adja meg az összes olyan bináris keresőfát, amiben ez előfordulhat és mutassa meg, hogy csak ezek a fák lehetségesek.
4. Egy nyolc csúcsú irányítatlan gráfban a BFS (szélességi bejárás) algoritmusát futtatjuk az A csúcsból úgy, hogy ha a szomszédok végigjárása során választási lehetőség adódik, akkor mindig az ábécé szerint előbb levő csúcsot választjuk. A futás végén a *honnán* tömb így néz ki:

A	B	C	D	E	F	G	H
A	C	A	C	A	G	D	E

- (a) Rajzolja fel a BFS fát és röviden (1-2 mondatban) írja le, hogy hogyan kapta a fát a tömbből.
 - (b) Ugyanezen a gráfon (melynek a BFS fa élein kívül számos más éle is lehet) futtatjuk a DFS (mélységi bejárás) eljárást szintén az A csúcsból úgy, hogy ha a szomszédok végigjárása során választási lehetőség adódik, akkor ebben az esetben is az ábécé szerint előbb levő csúcsot választjuk. Lehetséges-e, hogy a DFS eljárás a G csúcsot a C csúcsból a CG élen keresztül járja be? Válaszát indokolja!
5. Adott egy $n \geq 2$ méretű tömb, melyben csupa különböző egész számot tárolunk. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a tömbben bármely két szám különbsége legalább 100.
6. Egy szomszédossági mátrixával adott n csúcsú, irányított G gráfban néhány csúcs pirosra, néhány csúcs pedig kékre van színezve, a többi csúcs színtelen. A színezés egy n méretű, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott (ha a csúcs színtelen, akkor $C[v] = \text{színtelen}$). Adott továbbá két kijelölt színtelen csúcs, s és t és s -ből szeretnénk t -be eljutni a gráf éleit használva úgy, hogy az s után piros csúcsba megyünk, t -t kék csúcsból érjük el, az s -ből t -be vezető úton más színes csúcs nincsen és sem s -et, sem t -t nem érintjük a kiindulást és az érkezést leszámítva. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami a szomszédossági mátrix módosításával és egy tanult algoritmus változtatás nélküli futtatásával meghatározza, hogy egy ilyen elérés során legkevesebb hány élen kell áthaladnunk (vagy ha ilyen eljutás nem lehetséges, akkor ez derüljön ki). A szomszédossági mátrix módosításánál nem kell pszeudokódot írni, elég egy pontos szöveges leírás arról, hogy hol, mit és hogyan kell módosítani.

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy $n \geq 2$ egész szám. A pszeudokódban lépésnek az értékadás és az összeadás számít. Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma $O(n^2)$? Válaszát indokolja!

```
kicsi := 1
nagy := n
számláló := 0
```

2. A $8, 1, 20, x$ tömböt összefésüléses rendezéssel rendezzük, ahol x egy olyan egész szám, ami máshol nem szerepel a tömbben. Hány összehasonlítás történhet a rendezés teljes futása alatt x értékétől függően? Az összehasonlítások darabszámának összes lehetséges értékére adjon meg egy olyan x számot, amikor ennyi összehasonlítás van (és magyarázza is el, hogy miért ennyi) és mutassa meg, hogy több vagy kevesebb összehasonlítás miért nem lehet.

```
ciklus amíg kicsi < nagy:
    ciklus i = 0-tól n-ig:
        számláló := számláló + 1
    ciklus vége
    kicsi := kicsi + 1
    nagy := nagy - 1
ciklus vége

return számláló
```

3. Egy 11 méretű hash táblába 7 kulcsot szúrtunk be nyílt címezéssel, lineáris próbával, majd a beszúrások után egy értéket töröltünk és így az alábbi táblát kaptuk, a törölt elemet $\star$ jelzi. A használt hash függvény a $h(K) = K$ maradéka 11-gyel osztva függvény volt. (A lineáris próba lefele indul.)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	6	14	$\star$	4	28	7	18			

(a) Lehetséges-e, hogy a 28 később került beszúrásra, mint a 14?

(b) Lehetséges-e, hogy a 28 később került beszúrásra, mint a 6?

Válaszait indokolja!

4. Egy nyolc csúcsú irányítatlan G gráfban a DFS (mélységi bejárás) algoritmusát futtatjuk az a csúcsból úgy, hogy ha a szomszédok végigjárása során választási lehetőség adódik, akkor mindig az ábécé szerint előbb levő csúcsot választjuk. A bejárás során a DFS fába az alábbi élek kerülnek be ebben a sorrendben: $ab, bc, ch, bd, ae, eg, ef$.

(a) Rajzolja fel a bejáráshoz tartozó DFS fát.

(b) Adja meg a csúcsokhoz tartozó befejezési számokat.

(c) Lássa be, hogy a G gráfban a h csúcs fokszáma legfeljebb 3 lehet.

Válaszait indokolja!

5. Adott egy $n \geq 2$ méretű tömb, melyben csupa különböző egész számot tárolunk. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van a tömbben három egymást követő egész szám. (Például $8, 1, 7, 3, 15, 6$ jó input, mert szerepel benne $6, 7, 8$.)

6. Egy szomszédossági mátrixával adott n csúcsú, irányított G gráfban mindegyik csúcs vagy pirosra vagy kékre van színezve, a színezés egy n méretű, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott. Adott továbbá két csúcs, s és t és s -ből szeretnénk t -be eljutni a gráf éleit használva úgy, hogy az úton a színek felváltva vannak. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú eljárást, ami a szomszédossági mátrix módosításával és egy tanult algoritmus változtatás nélküli futtatásával eldönti, hogy van-e ilyen út vagy nincsen.