Leíró logikai programozás

Description Logic Programming

Sisak Áron
aron@inf.bme.hu

Válogatott Fejezetek a Logikai Programozásból
2005. őszi félév

2005. december 12.

Áttekintés

1. Motiváció
   - A szemantikus világháló elképzelés
2. Logikai formalizmusok
   - Elsőrendű logika
   - Leíró logikák
   - Leíró logikák – $\mathcal{AL}$ és bővítései
   - Leíró logikák – következtetés
   - Leíró logikák a szemantikus weben
3. Logikai programok
   - Logikai programok és elsőrendű logika
   - Leíró logikák és a def-Horn kapcsolata
   - Description Logic Programs

A szemantikus web elképzelt felépítése

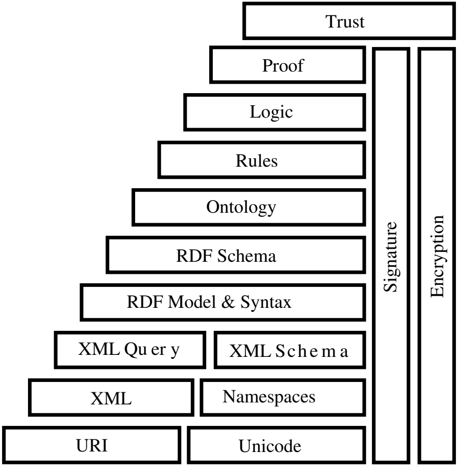
Legfontosabb jellemzők:

- metaadatok
- következtetés

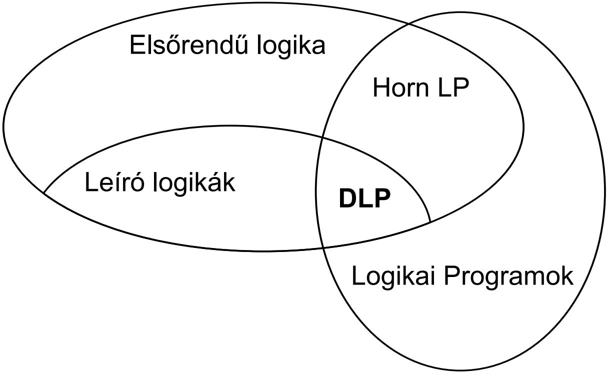
- RDF modell és szintaxis
- RDF séma
- Ontológiák (OWL . . .)
- Szabályok (SWRL, WRL, . . .)

3 irány:

- szemantikus világháló
- leíró logikák
- logikai programok



Áttekintő ábra



- az elsőrendű logika általános esetben eldönthetetlen
- a leíró logikai következtetés általános esetben drága (pl. exponenciális)

Az elsőrendű logika szintaxisa – 1.

Szignatúra: a használni kívánt függvény- és predikátumjelek aritásukkal vett halmaza.

$$\Sigma = (C, F, P, V, a)$$

- F (függvényjelek): f, g, h, ...
- C (konstansok, 0 aritású függvények): a, b, c, ...
- P (predikátumjelek): p, q, r, ...
- V (változójelek): x, y, z, ...
- $a : F \cup P \to \mathbb{N}$ (aritás)

Az elsőrendű logika szintaxisa – 2.

Logikai szimbólumok, logikai összekötő jelek:

- $\neg$ nem,
- $\wedge$ konjunkció („és”)
- $\vee$ unió („vagy”)
- $\exists$ egzisztenciális kvantor
- $\forall$ univerzális kvantor
- $=$ egyenlőség

valamint

- központozási jelek: ( ) , .

Az elsőrendű logika szintaxisa – 3.

A **kifejezések** (*terms*) a következő rekurzív definíciót kielégítő legszűkebb T_Σ halmaz:

1. $\forall c \in C \rightarrow c \in T_\Sigma$,
2. $\forall v \in V \rightarrow v \in T_\Sigma$,
3. ha $f \in F$ $n = a(f)$ aritással, valamint $t_1, t_2, \ldots t_n \in T_\Sigma$, akkor $f(t_1, t_2, \ldots, t_n) \in T_\Sigma$

Az elsőrendű logika **formulái** (*well-formed formulas*, *wff*) a következő rekurzív definíciót kielégítő legszűkebb halmaz:

1. ha $t_1, t_2, \ldots, t_n \in T_\Sigma$ valamint $p \in P$ egy n argumentumú predikátumjel, akkor $p(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ egy *elemi formula* (atom)
2. ha $t_1, t_2 \in T_\Sigma$, akkor $t_1 = t_2$ egy – szintén elemi – formula
3. ha $\alpha, \beta \in T_\Sigma$, akkor $\neg\alpha$, $\alpha \vee \beta$, $\alpha \wedge \beta$, $\exists x.\alpha$, $\forall x.\alpha$ is formulák

Az elsőrendű logika szemantikája

A szintaxis meghatározza, hogy mely jelsorozatok helyes (jólformált) elsőrendű formulák. A szemantika megadja egy tetszőleges elsőrendű formula jelentését, feltéve, ha megadjuk az egyes függvények és predikátumok jelentését, azaz egy interpretációt.

Interpretáció $\mathcal{I} = (\Delta, I)$

- Δ egy tetszőleges (nem üres) alaphalmaz (*domain*)
- I egy függvény, amely minden
  - n argumentumú f függvényjelhez egy Δ-n értelmezett n argumentumú függvényt rendel: $f^I \in \Delta^n \to \Delta$
  - n argumentumú p predikátumjelhez egy Δ-n értelmezett n argumentumú relációt rendel: $p^I \subseteq \Delta^n$

Leíró logikák

A leíró logika (*description logic*, *DL*) segítségével leírható egy szakterület vagy közismereti terület fogalmi rendszere.

- fogalmak (*concepts*)
  - egyedek halmazát jelöli
  - például az „ember” fogalom az összes ember halmazát jelöli
- szerepek (*roles*)
  - az egyedek közötti kapcsolatok leírására szolgálnak
  - csak kétargumentumú relációk engedélyezettek
  - például a „gyereke” szerep két „ember”-egyed között
- összetett fogalmak
  - egyszerű elemi fogalmak és szerepek segítségével
  - például: az „anya” összetett fogalom leírható úgy, hogy „ember és nőnemű és van gyereke”

Tudásbázis – *Knowledge Base*

T-doboz (*TBox*)

- T = terminológiai doboz
- terminológiai állítások halmaza (*terminological axioms*)
- fogalmakról és szerepekről szóló állítások
- például: az „anya" összetett fogalom leírható úgy, hogy „ember és nőnemű és van gyereke"
  $\text{Anya} \equiv \text{Ember} \sqcap \text{Nőnemű} \sqcap \exists \text{gyereke}.\top$

A-doboz (*ABox*)

- A = adatdoboz
- adataxiómák halmaza (*assertions*)
- tudásunk az egyedekről
- például: „Éva anya"
  Anya ($\mathtt{Éva}$)

Az $\mathcal{AL}$ – *Attributive Language* – szintaxisa

Fogalmak (*concepts*)

$C \rightarrow$		A	atomi fogalom
	$\mid$	$\top$	tetőjel – univerzális fogalom
	$\mid$	$\bot$	fenékjel – semmis fogalom
	$\mid$	$\neg A$	atomi negálás
	$\mid$	$C_1 \sqcap C_2$	metszet
	$\mid$	$\forall R.C$	értékkorlátozás
	$\mid$	$\exists R.\top$	egyszerű létezési korlátozás

Szerepek (*roles*)

$R \rightarrow$		R_A	atomi szerep

Axiómák

$T \rightarrow$		$C_1 \equiv C_2$	fogalomegyenlőségi axióma
	$\mid$	$C_1 \sqsubseteq C_2$	fogalomtartalmazási axióma

Az $\mathcal{AL}$ – *Attributive Language* – szemantikája

- Interpretáció $\mathcal{I} = (\Delta, I)$
  - $\Delta \neq \emptyset$
  - A^I (az A atomi fogalom interpretációja): $A^I \in \Delta$
  - C^I (a C fogalom interpretációja): $C^I \subseteq \Delta$
  - R^I (az R szerep interpretációja): $R^I \subseteq \Delta \times \Delta$
- Kiterjesztés fogalomkifejezésekre:

$$
\begin{aligned}
\top^I &= \Delta \\
\bot^I &= \emptyset \\
(\neg A)^I &= \Delta \setminus A^I \\
(C_1 \sqcap C_2)^I &= C_1^I \cap C_2^I \\
(\forall R.C)^I &= \{a \in \Delta \mid \forall b.(a,b) \in R^I \rightarrow b \in C^I\} \\
(\exists R.\top)^I &= \{a \in \Delta \mid \exists b.(a.b) \in R^I\}
\end{aligned}
$$

Bővítések – 1.

- $\mathcal{U}$: unió
  - szintaxis: $C \to C_1 \sqcup C_2$
  - szemantika: $(C_1 \sqcup C_2)^I = C_1^I \cup C_2^I$
- $\mathcal{E}$: teljes létezési korlátozás
  - szintaxis: $C \to \exists R.C$
  - szemantika:$(\exists R.\top)^I = \{a \in \Delta \mid \exists b.(a, b) \in R^I \wedge b \in C^I\}$
- $\mathcal{C}$: teljes negáció
  - szintaxis: $C \to \neg C$
  - szemantika: $(\neg C)^I = \Delta \setminus C^I$
- $\mathcal{N}$: számosságkorlátozások
  - szintaxis: $(\geqslant nR) \mid (\leqslant nR)$
  - szemantika: $(\geqslant nR)^I = \{a \in \Delta \mid |\{b \mid (a, b) \in R^I\}| \geqslant n\}$
  - szemantika: $(\leqslant nR)^I = \{a \in \Delta \mid |\{b \mid (a, b) \in R^I\}| \leqslant n\}$
- $\mathcal{F}$: funkcionális számosságkorlátozások
  - $\mathcal{N}$ speciális esete: $(\leqslant 1R)$ és $(\geqslant 2R)$

Bővítések – 2.

- $\mathcal{R}^+$: tranzitív szerepek
  - szintaxis: $R \to \mathrm{Trans}(R)$
  - a tranzitív lezárt képzése „túl drága” volna
  - itt: kijelenthető egy szerepről, hogy tranzitív
- $\mathcal{H}$: szerephierarchia
  - szintaxis: $R \to R_1 \sqsubseteq R_2 \mid R_1 \equiv R_2$
- $\mathcal{I}$: inverz szerepek
  - szintaxis: $R \to R^-$
- $\mathcal{Q}$: minősített számosságkorlátozások
  - szintaxis: $C \to (\geqslant nR.C) \mid (\leqslant nR_S.C)$
  - R_S egyszerű szerep, azaz nem tranzitív, és közvetve sem tartalmaz tranzitív szerepet

DL Complexity Navigator

- `http://www.cs.man.ac.uk/~ezolin/logic/complexity.html`

A $\mathcal{SHIQ}$[1] nyelv

$C \rightarrow$	A	atomi fogalom	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$\top$	tetőjel – univerzális fogalom	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$\bot$	fenékjel – semmis fogalom	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$\neg C$	negálás	$(\mathcal{C})$
$\mid$	$C_1 \sqcap C_2$	metszet	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$C_1 \sqcup C_2$	unió	$(\mathcal{U})$
$\mid$	$\forall R.C$	értékkorlátozás	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$\exists R.C$	létezési korlátozás	$(\mathcal{E})$
$\mid$	$(\geqslant nR_s.C)$	minősített számosságkorlátozás	$(\mathcal{Q})$
$\mid$	$(\leqslant nR_s.C)$	minősített számosságkorlátozás	$(\mathcal{Q})$

[1] $\mathcal{S} = \mathcal{ALC}_{\mathcal{R}^+}$

A $\mathcal{SHIQ}$ nyelv

$R \rightarrow$	R_A	atomi szerep	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	R^-	inverz szerep	$(\mathcal{I})$
$T \rightarrow$	$C_1 \equiv C_2$	fogalomegyenlőségi axióma	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$C_1 \sqsubseteq C_2$	fogalomtartalmazási axióma	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$R_1 \equiv R_2$	szerepegyenlőségi axióma	$(\mathcal{H})$
$\mid$	$R_1 \sqsubseteq R_2$	szereptartalmazási axióma	$(\mathcal{H})$
$\mid$	$\mathrm{Trans}(R)$	tranzitívszerep-axióma	$(\mathcal{R}^+)$

T-doboz következtetés

Főbb kérdések:

- kielégíthetőség (*satisfiability*): C kielégíthető $\mathcal{T}$ terminológia felett, ha $\exists \mathcal{I} \models \mathcal{T}$ és $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$
- tartalmazás, alárendeltség (*subsumption*): $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$, ha $\forall \mathcal{I} \models \mathcal{T} : C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$
- ekvivalencia (*equivalence*): $C \sqsubseteq D$ és $D \sqsubseteq C$
- diszjunktság (*disjointness*): $C \sqcap D \sqsubseteq \bot$

Tipikusan a kielégíthetőséget érdemes vizsgálni

- bármelyik vizsgálat visszavezethető bármelyik másikra (ha megfelelően „erős” a nyelv: a teljes negációra szükség lehet)
- C fogalom $\mathcal{T}$ feletti modellje: $\mathcal{I} \models \mathcal{T}$ interpretáció, ahol $C^{\mathcal{I}}$ nem üres
- $\mathcal{T}$ terminológia konzisztenciája: kielégíthető-e $\top$ $\mathcal{T}$ fölött

A-doboz következtetések

Unique Name Assumption (UNA): egyedinév-feltételezés

- UNA: az egyednevek értelmezése páronként különböző
- nem mindig szükséges feltenni

„Nyílt világ" ↔ „zárt világ" szemantika

- zárt világ szemantika
  - amiről nem tudjuk bebizonyítani, hogy igaz, az hamis
  - ilyenek az SQL adatbázisok, XML lekérdezések
  - ilyen a Prologban a meghiúsulásos negáció
- nyílt világ szemantika
  - amit nem állítunk (sem az ellenkezőjét), az ismeretlen
  - bonyolultabb a következtetés

„Nyílt világ” $\leftrightarrow$ „zárt világ” szemantika

Példa a nyílt világ – zárt világ következtetésekre

Állítás:	Magyar(MÁRIA)
Kérdés:	Igaz-e, hogy Szlovák(MÁRIA)
Válasz „zárt világban”:	Nem.
Válasz „nyílt világban”:	Nem tudjuk (lehet pl. kettős állampolgárságú).

Állítás:	anyja (KATALIN, MÁRIA), ($\leqslant$ 1anyja)
Új állítás:	anyja(KATALIN, ERZSÉBET).
Válasz „zárt világban”:	Inkonzisztencia, egy valakinek csak egy anyja lehet.
Válasz „nyílt világban”:	Következtetés: MÁRIA és ERZSÉBET ugyanaz a személy.

A-doboz következtetések típusai

Főbb kérdések:

- konzisztencia: egy $\mathcal{A}$ A-doboz akkor konzisztens egy $\mathcal{T}$ T-doboz felett, ha $\exists\mathcal{I} : \mathcal{I} \models \mathcal{T}$ és $\mathcal{I} \models \mathcal{A}$
- példányvizsgálat (*instance check*): $\mathcal{A} \models \alpha$ ($\forall\mathcal{I} : \mathcal{I} \models \mathcal{A}$ következik-e $\mathcal{I} \models \alpha$)
- példánykikeresés (*instance retrieval*): adott C fogalomkifejezéshez kell megkeresni, hogy mely egyednevek tartoznak *biztosan* az adott fogalomba
- egyed-realizáció (*realisation*): adott egyedhez kell megkeresni azt a legszűkebb fogalmat, amelynek biztosan példánya (több ilyen minimális fogalom is lehetséges)
- fogalom-kielégíthetőség: a tisztán terminológiai következtetés visszavezetése A-doboz feladatra:
  C kielégíthető $\mathcal{T}$ felett $\equiv \{C(a)\}$ konzisztens ($\mathcal{T}$ felett)

OWL – Web Ontology Language

- a rövidítés „poén” (nem elírás)
- W3C szabvány, ontológiák leírására
- szintaktikalag az RDF fölött, szemantikailag nem teljesen tiszta…

Három „szint”:

- OWL Lite : megegyezik a $\mathcal{SHIF}(D)$ LL nyelvvel
- OWL DL: megegyezik a $\mathcal{SHOIN}(D)$ LL nyelvvel
- ezek a nyelvek esetében a tartalmazás eldönthető (minden LL-nél)
- OWL Full
  - szemantikailag is az RDF(S) fölött
  - nem írható le LL-el
  - a tartalmazás általános esetben nem eldönthető ☹
- A cikkek nem foglalkoznak a konkrét tartományokkal (D)…

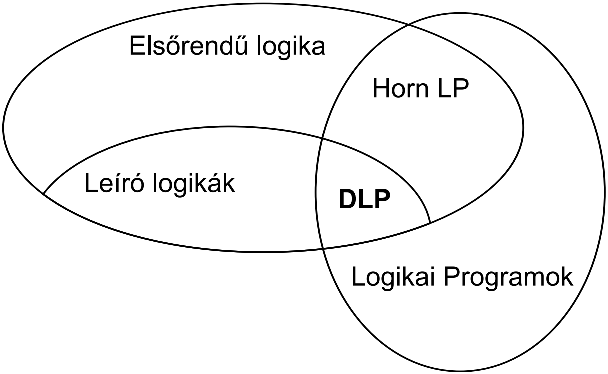
A logikai programok

- általában: $h_1 \leftarrow b_1 \wedge \ldots \wedge b_m \wedge \tilde{~}b_{m+1} \ldots \tilde{~}b_n$
  - h, b_i atomok (elemi formulák), $n \geqslant m \geqslant 0$
  - h a klóz feje (*head*), $\bigwedge_{i=1}^{n} b_i$ a törzse
  - ˜ meghiúsulásos tagadást fejez ki
  - minden változó univerzálisan kvantált az egész klózra vonatkozóan
- egy klóz
  - szabály: ha a baloldal nem üres
  - tény(állítás), ha a jobboldal üres
- definite LP: $h_1 \leftarrow b_1 \wedge \ldots \wedge b_m$
  - nem szerepel benne meghiúsulásos tagadás
  - pontosan egy pozitív literált tartalmaz
- egy LP-szabály egyenlőségmentes, ha nem szerepel benne $=$
- egy LP-szabály Datalog, ha nem szerepelnek benne logikai függvények (0-nál magasabb aritással)

def-LP: *definite equality-free* Datalog Logikai Programok

- def-Horn: a def-LPnek szintaktikailag megfelelő Horn-klózok
- a def-LP szabályoknak illetve a def-Horn klózoknak nem csak a szintaxisa, hanem a szemantikája is igen hasonló
  - ugyanazokat a tényállításokat tartalmazzák
  - a def-LP helyes, de nem teljes def-Horn
- a def-Horn nyelvben a következmények nem csak tényállítások lehetnek,
  - például
    - $kiteDay(Tues) \wedge windy(Tues)$ és $sunny(Tues)$ szabályokból
    - $kiteDay(Tues) \leftarrow windy(Tues)$ levezethető
  - ez a gyakorlatban általában nem okoz gondot, hiszen általában csak a tényállítás-következmények érdekesek
  - a továbbiakban feltesszük, hogy csak ilyen következményeink vannak (f-gyengítés)
  - ez számítási előnyökkel jár ($\mathcal{P}$-ben marad a következtetés)

Áttekintő ábra (ismét)



Most, hogy a többiek már mind ismertek, a DLP-t „keressük” . . .

A DL axiómák leképzése def-Horn-ra

- $C_1 \sqsubseteq C_2$ (fogalomtartalmazás):
  $C_1(x) \leftarrow C_2(x)$
- $C_1 \equiv C_2$ (fogalomegyenlőség):
  $C_1(x) \leftarrow C_2(x),\ C_2(x) \leftarrow C_1(x)$
- $R_1 \sqsubseteq R_2$ (szereptartalmazás):
  $R_1(x,y) \leftarrow R_2(x,y)$
- $R_1 \equiv R_2$ (szerepegyenlőség):
  $R_1(x,y) \leftarrow R_2(x,y),\ R_2(x,y) \leftarrow R_1(x,y)$
- $R_1 \equiv R_2^-$ (inverz szerep):
  $R_1(x,y) \leftarrow R_2(y,x),\ R_2(y,x) \leftarrow R_1(x,y)$
- $\mathrm{Trans}(R)$ (tranzitív szerep):
  $R(x,z) \leftarrow R(x,y) \wedge R(y,z)$
- az adatállításokon formailag is látszik a megfelelőség:
  $C(a), R(x,y)$

DL fogalomkonstruktorok leképzése def-Horn-ra – 1.

- $C_1 \sqcap C_2 \sqsubseteq D$ (konjunkció bal oldalon):
  $D(x) \leftarrow C_1(x) \wedge C_2(x)$
- $C \sqsubseteq D_1 \sqcap D_2$ (konjunkció jobb oldalon):
  $D_1(x) \wedge D_2(x) \leftarrow C(x)$
  Horn formában: $D_1(x) \leftarrow C(x)$, $D_2(x) \leftarrow C(x)$,
- $C_1 \sqcup C_2 \sqsubseteq D$ (diszjunkció bal oldalon):
  $D(x) \leftarrow C_1(x)$, $D(x) \leftarrow C_2(x)$
- a *diszjunkció jobb oldalon* nem kezelhető a def-Horn nyelven belül
- $C \sqsubseteq \forall R.D$ (értékorlátozás jobb oldalon):
  $D(y) \leftarrow C(x) \wedge R(x, y)$
- fontos speciális estei:
  - $\top \sqsubseteq \forall R.C$ (értékkészlet): $C(y) \leftarrow R(x, y)$
  - $\top \sqsubseteq \forall R^{-}.C$ (értelmezési tartomány): $C(y) \leftarrow R(y, x)$
- *bal oldalon* nem kezelhető a def-Horn nyelven belül

DL fogalomkonstruktorok leképzése def-Horn-ra – 2.

- $\exists R.C \sqsubseteq D$ (létezési korlátozás bal oldalon):
  $D(x) \leftarrow R(x, y) \wedge C(y)$
- *jobb oldalon* nem kezelhető a def-Horn nyelven belül
- negáció és számosságkorlátozások
  - általános esetben nem kezelhetőek
  - a negáció nem megengedett
  - a számosságkorlátozások példányok egyenlőségvizsgálatához vezetne, ami szintén nem megengedett
- speciális esetben egyszerűsíthetőek a nem kezelhető konstrukciók
  - $\neg\exists R.C \equiv \forall R.\neg C$
  - $\neg(\geqslant nP) \equiv (\leqslant (n-1)P)$
  - $C \sqcup \neg C \equiv \top$
  - $\forall R.\top \equiv \top$
  - stb. ...
- a továbbiakban feltételezzük a szükséges egyszerűsítések meglétét

$\mathcal{DHL}$ (Description Horn Logic)

- láttuk, hogy némely DL konstruktor csak LL szabály fejévé vagy törzsévé képezhető le
- három nyelvet definiálunk
- $\mathcal{L}_h$
  - $C \rightarrow A|C \sqcap D|\forall R.C$
  - $\mathcal{L}_h$: a szabályok fejévé leképezhető LL
    (jobb oldalon előforduló konjunkció és értékkorlátozás)
- $\mathcal{L}_b$
  - $C \rightarrow A|C \sqcap D|C \sqcup D|\exists R.C$
  - $\mathcal{L}_b$: a szabályok törzsévé leképezhető LL
    (bal oldalon előforduló konjunkció, diszjunkció és létezési korlátozás)
- $\mathcal{L} = \mathcal{L}_h \cap \mathcal{L}_b$
- (A tetszőleges atomi fogalom, C, D tetszőleges fogalmak, R pedig tetszőleges szerep)

Description Logic Program

$\mathcal{DHL}$ (Description Horn Logic)

- a DHL tehát egy ontológia, ami DHL axiómákból áll:
    - $C \sqsubseteq D$,
    - $A \equiv B$,
    - $\top \sqsubseteq \forall P.D$,
    - $\top \sqsubseteq \forall P^{-}.D$,
    - $P \sqsubseteq Q$,
    - $P \equiv Q$,
    - $P \equiv Q^{-}$,
    - $P^{+} \subseteq P$,
    - $C(a)$,
    - $P(a, b)$
- ahol C $\mathcal{L}_b$ fogalom, D $\mathcal{L}_h$ fogalom, A, B $\mathcal{L}$ fogalom, P, Q tetszőleges szerepek, a, b pedig példányok
- Ennek LP megfelelője, a Leíró Logikai Program (DLP).

Ami most kimaradt. . . ☹

További ontológia-nyelvek

- a $\mathcal{DHL}$ bővítései
- az OWL újabb szűkítései
  - pl. OWL Lite$^-$, OWL DL$^-$ és OWL Full$^-$

Szabály-nyelvek

- RuleML
- WRL (Web Rule Language)
- SWRL (Semantics Web Rule Language):
  az OWL és a RuleML kombinációja

DLP és szemantikus web

B. Grosof, I. Horrocks, R. Volz, and S. Decker
Description logic programs: Combining logic programs with description logics.
In *Proc. of WWW 2003, Budapest, Hungary, May 2003*, pages 48-57 ACM, 2003.

Karlsruhei Egyetem
DLP linkgyűjtemény
http://logic.aifb.uni-karlsruhe.de/

Szemantikus világháló és az ontológiakezelés alapjai (VIMA9000)

- előadók: Lukácsy Gergely és Szeredi Péter (ld. még VFLP ☺)
- nem kifejezetten a DLP-ről szól, hanem a szemantikus webről és az ontológiakezelés alapjairól ☺, de érdekes. . .
- `http://www.cs.bme.hu/~stilgar/vima9000`