Adatbázisok (Matematikusoknak) 2005. őszi félév vizsga

1. Az $\mathcal{R}$ séma teljesíti a *futó metszet feltételt,* ha létezik $\mathcal{R}$-nek egy olyan $R_1, R_2, \ldots, R_n$ sorrendje, hogy minden $2 \leq i \leq n$-re létezik $j_i < i$, úgy hogy $R_i \cap (R_1 \cup R_2 \cup \cdots \cup R_{i-1}) \subseteq R_{j_i}$, azaz minden R_i metszete az őt megelőzőek uniójával benne van azok valamelyikében. Bizonyítsuk be, hogy $\mathcal{R}$ teljesíti a futó metszet feltételt akkor és csak akkor, ha aciklikus hipergráf.

2. Bizonyítsuk be, vagy adjunk ellenpéldát:
   (a) $\pi_X(P \cup Q) = \pi_X(P) \cup \pi_X(Q)$
   (b) $\pi_X(P \cap Q) = \pi_X(P) \cap \pi_X(Q)$

3. Jelölje $(p,q) \to (p',q')$ azt, hogy tetszőleges A attribútum halmzra és b attribútumra teljesül, hogy bármely $\mathcal{M}$ példány (mátrix) esetén $\mathcal{M} \models A \xrightarrow{(p,q)} \{b\}$-ből $\mathcal{M} \models A \xrightarrow{(p',q')} \{b\}$ következik. Bizonyítsuk be, hogy
   (a) $(p,q) \to (p,q+1)$,
   (b) $(p,q) \to (p-1,q)$, de
   (c) $(p,q) \not\to (p-1,q-1)$.