

1. Egy fagyizóban 26 féle fagyit árulnak: Ananász, Banán, Citrom, . . . , Zöldalma. Hányféleképpen adhat a kiszolgáló fagyit egy vendégnek, ha az alábbi kérései vannak (de minden mást a kiszolgálóra bíz)?
- 5 gombócot kér tölcsérbe; azt az egyet köti ki, hogy ne 5 ugyanolyan gombócot kapjon.
  - Egy gombóc **A**-t, egy **B**-t, egy **C**-t és három gombóc **D**-t kér tölcsérbe.
  - 5 különböző gombócot kér tölcsérbe, de ne legyen közte **F**ahéj.
  - 5 különböző gombócot kér helyben fogyasztásra, tányérra, de ne legyen közte **F**ahéj.
  - 5 tetszőleges gombócot kér helyben fogyasztásra, tányérra, de ne legyen közte **F**ahéj.

2. Adjuk meg az alábbi kifejezés értékét (két tizedesjegy pontossággal). (ZH, 2010. november 25.)

$$\log_2 \left[ \binom{101}{0} + \binom{101}{1} + \binom{101}{2} + \dots + \binom{101}{50} \right]$$

3. Hányféleképp adhat a kiszolgáló fagyit az 1. feladat fagyizójában, ha a vendégnek az alábbi kérései vannak?

- 5 különböző gombócot kér tölcsérbe, de legyen közte **M**angó.
- 5 tetszőleges gombócot kér tölcsérbe, de legyen közte (legalább egy) **L**icsi.
- 5 különböző gombócot kér tányérra, de legyen közte **S**penót.
- 5 tetszőleges gombócot kér tányérra, de legyen közte (legalább egy) **R**épa.

4. Egy gimnáziumban 16 osztály van, az osztálylétszám mindenütt 30. Mindegyik osztály 4 tagú küldöttséget küld az iskolai diákbizottságba. Hányféle lehet a diákbizottság összetétele?

5. a) Egy számkombinációs zár 6 különböző, 1 és 30 közötti szám begépelésével nyitható ki. Tudjuk, hogy a kódban a számok növekvő sorrendben vannak. Hány próbálkozással lehet a zárat biztosan kinyitni (vagyis hány ilyen kód készíthető)?

- b) Hány próbálkozással van szükség akkor, ha a számkombinációban a számok nem feltétlen különbözők (de egyéenként minden feltétel azonos)?

6. Klappenkappe úr elfelejtette a jelszavát, csak a következőkre emlékszik:

- A jelszó 9 karakterből áll, amelyek mindegyike az angol ábécé 26 betűjének valamelyike. (A jelszó csupa nagybetűből áll.)
- A jelszóban pontosan 4 különböző féle betű szerepel.
- A jelszó első 4 betűje között nincs ismétlődés.

(Ezek szerint Klappenkappe úr jelszava lehet például GRHXRRXGR.) Hány olyan jelszó készíthető, amely megfelel a fenti feltételeknek? (ZH, 2010. december 6.)

7. Adjuk meg az alábbi kifejezés értékét (két tizedesjegy pontossággal). (ZH, 2010. december 15.)

$$\log_2 \left[ 1 \cdot \binom{32}{1} + 2 \cdot \binom{32}{2} + 3 \cdot \binom{32}{3} + \dots + 31 \cdot \binom{32}{31} + 32 \cdot \binom{32}{32} \right]$$

8. Hányféleképp adhat a kiszolgáló fagyit az 1. feladat fagyizójában, ha a vendégnek az alábbi kérései vannak?

- 5 különböző fajta gombócot kér tölcsérbe, de legfelül és legalul ne legyen **B**anán.
- Egy gombóc **A**-t, két-két gombóc **B**-t és **C**-t és négy gombóc **D**-t kér, mindezt egyetlen tölcsérbe.
- 5 különböző gombócot kér tányérra, de legyen közte **K**örte vagy **P**isztácia (vagy mindkettő).
- Tetszőleges számú, de csupa különböző gombócot kér tányérra. (Ebbe akár az is belefér, hogy mind a 26 fajta fagyiból kap egy-egy gombócot, de még akár az is, hogy egy üres tányért kap.)

9. Knoblauch úr elfelejtette a jelszavát és most szeretné kitalálni. A következőkre emlékszik:

- A jelszó 11 karakterből áll, amelyek mindegyike az **A**, **B**, **C**, **D**, **E** és **F** betűk valamelyike.
- A fenti hat betű közül az egyik 3-szor ismétlődik; három olyan betű van, ami kétszer ismétlődik, a többi kettő pedig csak egyszer szerepel a jelszóban.

(Ezek szerint Knoblauch úr jelszava lehet például DCABDFEFDBA.) Hány olyan jelszó készíthető, amely megfelel a fenti feltételeknek? (ZH, 2008. december 2.)

10. Margit néni szenvedélyesen ötöslottózik, minden héten 20 szelvényvel játszik. (Az ötöslottóban egy szelvényen 1 és 90 között 5 különböző számot kell beikszelni.) Hányféleképpen töltheti ki egy héten a szelvényeit, ha

- arra azért vigyáz, hogy két szelvényt ne töltsön ki ugyanúgy;
- teljesen vaktában tölti ki a szelvényeket?

11. Írjuk le nagyon kevés tintával.

$$a) \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \dots \pm \binom{n}{n} = \quad b) \binom{10}{0} \binom{90}{30} + \binom{10}{1} \binom{90}{29} + \dots + \binom{10}{10} \binom{90}{20} =$$