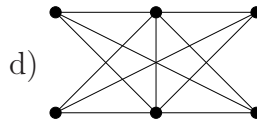
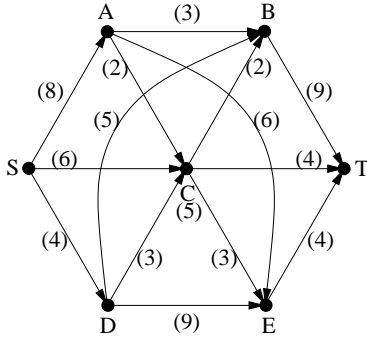


1. Milyen k értékek esetén k -szorosan összefüggők, illetve k -szorosan élösszefüggők az alábbi gráfok?

- a) egy 100 pontú út;
- b) egy 100 pontú kör;
- c) a $K_{10,20}$ teljes páros gráf;



2. Az alábbi hálózatban az éleken kívül a C csúcsnak is van kapacitása. Adjunk meg egy maximális folyamot S -ből T -be, és bizonyítsuk be róla, hogy maximális! (ZH, 2009. március 23.)



3. Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legföljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak és a hétvégék nem számítanak).

a) Adj meg olyan algoritmust, amely a kisváros térképe alapján eldönti, hogy ez megtehető-e!

b) Oldd meg a feladatot arra az esetre is, ha a kisvárosban kétirányú utcák is vannak!

4. Bizonyítsd be, hogy egy k -szorosan élösszefüggő, n pontú gráfnak legalább $\frac{kn}{2}$ éle van!

5. a) Bizonyítsd be, hogy ha egy hálózatban minden él kapacitása páros szám, akkor a maximális folyam értéke is páros szám!

b) Igaz-e a fenti feltételek mellett, hogy van olyan maximális folyam, amiben minden élen a folyamérték páros szám?

c) Igaz-e, hogy ha minden él kapacitása páratlan szám, akkor van olyan maximális folyam, amiben minden élen a folyamérték páratlan szám?

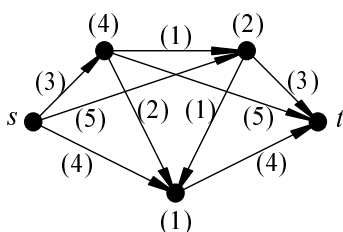
7. Bizonyítsuk be, hogy minden háromszorosan összefüggő gráfban van páros hosszúságú kör! (ZH, 2003. június 5.)

8. Legyenek A , B és C diszjunkt, r elemű halmazok (ahol $r \geq 1$ egész). Készítsünk egy G gráfot úgy, hogy a csúcsainak halmaza legyen $A \cup B \cup C$ és két csúcsot akkor kössünk össze éllel, ha A , B és C közül nem ugyanabba a halmazba esnek. (A G gráf tehát elképzelhető úgy is, mint ha három, „egymás mellé rajzolt” r csúcsú teljes gráfból álló gráf komplementerét vennénk.) Határozzuk meg azt a maximális k számot, amelyre a G gráf k -szorosan összefüggő! (ZH, 2003. április 30.)

9. Bizonyítsd be, hogy egy 3-reguláris gráf akkor és csak akkor k -szorosan élösszefüggő, ha k -szorosan pontösszefüggő!

10. Tegyük fel, hogy egy (G, s, t, c) hálózatban minden élkapacitás $\frac{3}{2}$ vagy $\frac{7}{4}$ vagy $\frac{9}{5}$. Bizonyítsuk be, hogy létezik olyan maximális f folyam, ami minden élen egy egész szám huszadrészét veszi fel értéként! (ZH, 2006. április 20.)

11. Az alábbi hálózatban a pontoknak is van kapacitása. Vezesd vissza a problémát az eredeti hálózati folyamproblémára, majd keress maximális folyamot és minimális vágást!



12. Legyen $k \leq n - 1$. Bizonyítsd be, hogy ha egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n+k-2}{2}$, akkor a gráf k -szorosan összefüggő!

13. Legyen G reguláris páros gráf, amelyről tudjuk, hogy összefüggő és legalább három csúcsa van. Mutassuk meg, hogy ekkor G 2-szeresen is összefüggő. (ZH, 2002. május 16.)