

1. Mi a számossága az alábbi halmazoknak?
 - a) az $\{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{N}\}$ alakú valós számok halmaza;
 - b) a végtelen hosszú 0-1 sorozatok halmaza;
 - c) az olyan 0-nál nagyobb és 1-nél kisebb valós számok halmaza, amelyeknek tizedestört alakjában csak 2-es, 3-as, 4-es és 5-ös számjegy fordul elő.
2. Mi a számossága az alábbi halmazoknak?
 - a) elsőfokú, egész együtthatós polinomok halmaza;
 - b) másodfokú, egész együtthatós polinomok halmaza;
 - c) n -edfokú, egész együtthatós polinomok halmaza;
 - d) egész együtthatós polinomok halmaza;
 - e) algebrai számok halmaza (olyan valós számok halmaza, amelyek gyökei valamelyik egész együtthatós polinomnak).
3. Bizonyítsuk be, hogy van transzcendens szám! (Olyan valós szám, amelyik nem gyöke egyetlen egész együtthatós polinomnak sem.)
4. Határozd meg az alábbi halmazok számosságát!
 - a) a sík összes pontjainak halmaza (segítség: 0-1 sorozatok!);
 - b) a tér összes pontjainak halmaza.
5. Mi a számossága az alábbi halmazoknak?
 - a) azon síkvektorok halmaza, amelyeknek mindkét koordinátája (pozitív vagy negatív) egész szám;
 - b) azon térvektorok halmaza, amelyeknek mind a három koordinátája pozitív racionális szám;
 - c) azon \mathbb{R}^4 -beli vektorok halmaza, amelyeknek mind a négy koordinátája racionális szám;
 - d) azon (tetszőleges magasságú) oszlopvektorok halmaza, amelyeknek minden koordinátája racionális szám.
6. Határozd meg az alábbi halmazok számosságát!
 - a) egy egyenes pontjainak halmaza
 - b) két párhuzamos egyenes pontjainak halmaza
 - c) megszámlálhatóan végtelen sok egyenes pontjainak halmaza, például az $\{(x, y) : x \in \mathbb{Z}\}$ halmaz
7. Határozd meg az alábbi halmazok számosságát!
 - a) az irracionális számok halmaza;
 - b) az összes komplex egységgyökök halmaza (amely tehát minden $n \geq 1$ egész számra az összes n -edik egységgyököt tartalmazza);
8. Legyen A és B két halmaz, amelyekre $|A| < |B|$. Bizonyítsuk be, hogy $|A \times B| = |B|$! (Felhasználhatjuk Tarski tételét, miszerint tetszőleges végtelen H halmazra $|H \times H| = |H|$.)