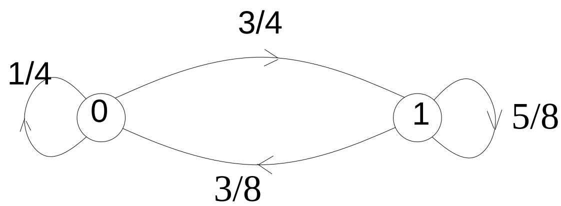
Információelmélet—ZH 2002. április 17.

Fontos! Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

Feladat 1 *Legyen* $X_1, X_2, \ldots,$ *egy bináris, stacionárius, memóriamentes forrás, melynek eloszlása* $\mathbf{P}(X_i = 0) = \frac{1}{4}$. *Határozd meg a bináris Huffman- és Shannon–Fano-kód átlagos kódszóhosszúságát, ha a forrás három hosszúságú blokkjait kódoljuk.*

Feladat 2 *Mutasd meg, hogy a* $(p_1, \ldots, p_i, \ldots, p_j, \ldots, p_n)$ *eloszlás entrópiája nem lehet nagyobb, mint a* $(p_1, \ldots, \frac{p_i+p_j}{2}, \ldots, \frac{p_i+p_j}{2}, \ldots, p_n)$ *eloszlás entrópiája.*

Feladat 3 *Az alábbi ábra egy* $\mathbf{Z} = Z_1, Z_2, \ldots$ *Markov-lánc működését írja le. Tegyük fel, hogy a láncot a stacionárius eloszlásból indítjuk.*



Legyen továbbá $Y_1, Y_2, \ldots$ *független, azonos eloszlású bináris valószínűségi változók sorozata, ahol* $P(Y_i = 0) = \frac{1}{3}$. *Definiáljuk az* $\mathbf{X} = X_1, X_2, \ldots$ *forrást az* $X_i = 3Z_i + 2Y_i$ *egyenlettel. Mennyi az* $\mathbf{X}$ *forrás entrópiája feltéve, hogy* $Z_1, Z_2, \ldots$ *független* $Y_1, Y_2, \ldots$*-től?*

Feladat 4 *Legyen* X, Y_1 *és* Y_2 *bináris valószínűségi változó úgy, hogy* $I(X; Y_1) = 0$ *és* $I(X; Y_2) = 0$. *Következik-e ebből, hogy* $I(X; Y_1, Y_2) = 0$*? Mutasd meg, vagy adj ellenpéldát!*

Feladat 5 *Mi a Lloyd-Max kvantálótervező algoritmus? Az optimális kvantálók mely két tulajdonságán alapul az algoritmus?*