Algoritmuselmélet

Gráfok megadása

Katona Gyula Y. / Vizer Máté

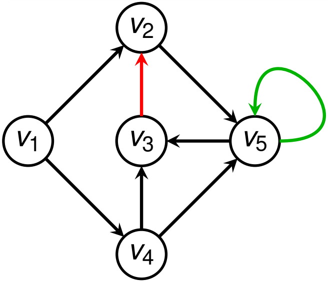
Számítástudományi és Információelméleti Tanszék
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Szomszédossági mátrix

Definíció

A $G = (V, E)$ egy irányított gráf ahol $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$. A G gráf *szomszédossági mátrixa* *a következő $n \times n$-es mátrix:*

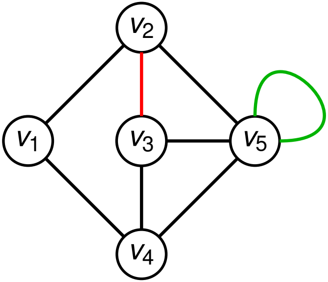
$$A[i,j] = \begin{cases} 0 & ha\ (v_i, v_j) \notin E, \\ 1 & ha\ (v_i, v_j) \in E. \end{cases}$$



$$A = \begin{array}{c c} \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} & \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} \end{array}$$

Szomszédossági mátrix

Irányítatlan gráfok esetén a szomszédossági mátrix szimmetrikus lesz, azaz $A[i,j] = A[j,i]$ teljesül minden i, j csúcspárra.



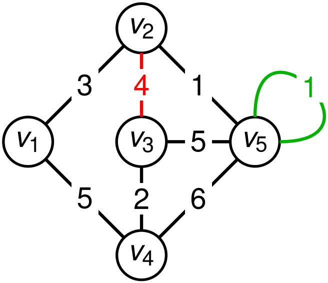
$$A = \begin{array}{c c} \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} & \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} \end{array}$$

Többszörös élek esetén az 1 helyett az élek számát írjuk.

Tárigény: n^2 cella (az élek számától nem függ)

Szomszédossági mátrix

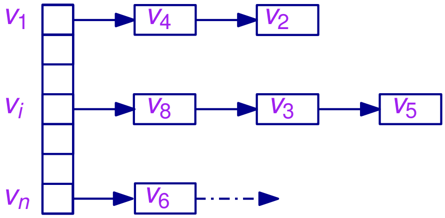
Súlyozott élek esetén az 1 helyett az élek számát az él súlyát írjuk. Viszont a 0 egy nulla súlyú élet fog jelenteni. Ha két csúcs között nincsen él, akkor azt egy speciális karakterrel, legtöbbször ∞-vel jelöljük.



$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\ A = & \begin{pmatrix} \infty & 3 & \infty & 5 & \infty \\ 3 & \infty & 4 & \infty & 1 \\ \infty & 4 & \infty & 2 & 5 \\ 5 & \infty & 2 & \infty & 6 \\ \infty & 1 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} \end{array}$$

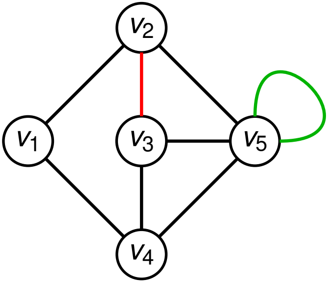
Éllistás megadás

$G = (V, E)$ csúcsait egy tömbben tároljuk és gráf minden csúcsához egy lista is tartozik.
A $v_i \in V$ csúcs listájában tároljuk a v_i-ből kimenő élek végpontjait.
A v_i listáján egy élnek a lista egy eleme (cellája) felel meg.
Irányítatlan gráfoknál a v_i csúcs listájában v_i minden szomszédját felsoroljuk, így minden élnek két cella felel meg.



Többszörös élek esetén a szomszéd többször is szerepel.
Súlyozott élek esetén a szomszéd csúcs mellett az oda vezető él súlyát is abban a cellában tároljuk.
Tárigény irányított gráfoknál:
$n + m$ cella
Irányítatlan gráfoknál:
$n + 2m$ cella

Éllistás megadás



V

v_1	$\rightarrow$	v_2	v_4			
v_2	$\rightarrow$	v_3	v_1	v_5		
v_3	$\rightarrow$	v_5	v_2	v_4		
v_4	$\rightarrow$	v_1	v_3	v_5		
v_5	$\rightarrow$	v_3	v_2	v_5	v_4	

Lépésszámok

Legyen n a G gráf pontszáma, m az élszáma, $d(v_i)$ pedig a v_i pont fokszáma.

	szomsz. mátrix	éllista irányított	éllista irányítatlan
Méret	n^2	$n+m$	$n+2m$
Van-e él v_i-ből és v_j-be?	1	$d_{ki}(v_i)$	$d(v_i)$
(v_i, v_j) él hozzáadása	1	1	2
(v_i, v_j) él törlése	1	$d_{ki}(v_i)$	$d(v_i)+d(v_j)$
v_i fokszáma ill. összes szomszéd felsorolása (irányítatlan)	n		$d(v_i)$
v_i ki-fokszáma ill. összes szomszéd felsorolása (irányított)	n	$d_{ki}(v_i)$	
v_i be-fokszáma ill. összes bemenő szomszéd felsorolása (irányított)	n	$n+m$	