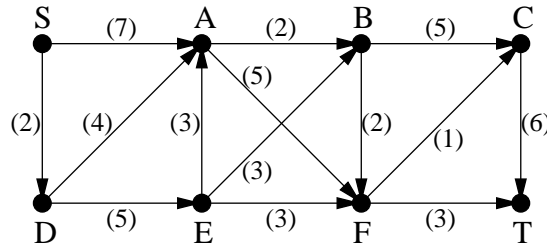


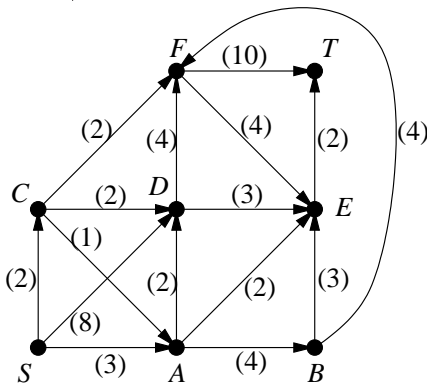
# Bevezetés a Számításelméletbe II.

## 5. gyakorlat

1. Keress az ábrán látható hálózatban maximális folyamot!



2. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot ( $S$ -ből  $T$ -be) és bizonyítsuk is be róla, hogy maximális! (ZH, 2003. március 27.)



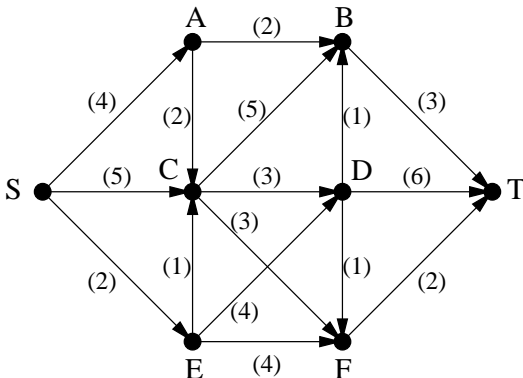
3. Bizonyítsd be, hogy minden  $n$  pontú  $G$  gráfra fennállnak az alábbi egyenlőtlenségek (ahol  $\chi(G)$  a kromatikus számot,  $\alpha(G)$  a független pontok maximális számát jelöli)!

- $\chi(G) + \alpha(G) \leq n + 1$
- $\chi(G) \cdot \alpha(G) \geq n$

4. Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legföljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak és a hétvégék nem számítanak).

- Adj meg olyan algoritmust, amely a kisváros térképe alapján eldönti, hogy ez megtehető-e!
- Oldd meg a feladatot arra az esetre is, ha a kisvárosban kétirányú utcák is vannak!

5. Keress az ábrán látható hálózatban maximális folyamot  $S$ -ből  $T$ -be (és bizonyítsd is be, hogy maximális)!



6. Bizonyítsd be, hogy minden  $e$  élű  $G$  gráfra fennállnak az alábbi egyenlőtlenségek (ahol  $\chi_e(G)$  az élkromatikus számot,  $\nu(G)$  a független élek maximális számát jelöli)!

- $\chi_e(G) + \nu(G) \leq e + 1$  (ZH, 2005. március 31.)
- $\chi_e(G) \cdot \nu(G) \geq e$

7. Tegyük fel, hogy a  $G = (A, B; E)$  egyszerű páros gráf  $A$  színosztálya a  $v_1, v_2, \dots, v_k$  pontokból áll, továbbá hogy a  $v_i$  csúcs fokszámára  $d(v_i) \geq i$  teljesül  $i = 1, 2, \dots, k$  esetén. Mennyi  $\tau(G)$  értéke, azaz a  $G$  gráfban a lefogó pontok minimális száma? (ZH, 2006. március 30.)

8. Mutassuk meg, hogy  $\nu(G) \geq \frac{e}{\Delta(G) + 1}$  teljesül minden  $e$  élű  $G$  egyszerű gráfra, ahol  $\nu(G)$  független élek maximális számát,  $\Delta(G)$  pedig a  $G$ -beli maximális fokszámot jelöli. (ZH, 2005. május 9.)

9. A  $G$  irányított gráf csúcsai legyenek az  $1, 2, \dots, 2k$  egész számok. Az  $a$  számból akkor vezessen egy irányított él  $b$ -be, ha  $a < b$ . Az  $a$ -ból  $b$ -be vezető él kapacitása legyen  $b - a$ . Mennyi az így kapott hálózatban az  $1$ -ből  $2k$ -ba vezető maximális folyam értéke?