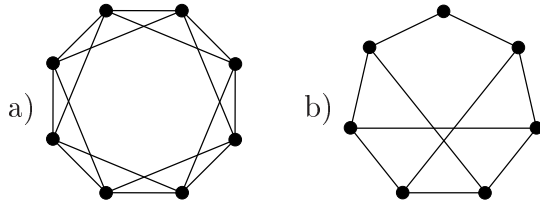


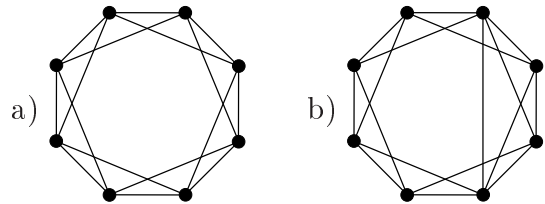
Bevezetés a Számításelméletbe II.

3. gyakorlat

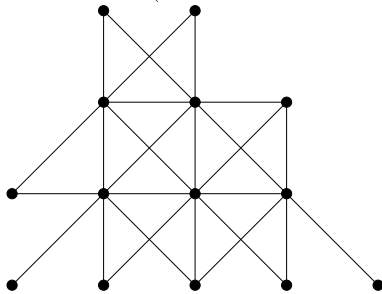
1. Határozd meg az alábbi gráfok élkromatikus számát!



2. Az alábbi gráfokról dönts el, hogy perfektek-e!



3. Határozd meg az alábbi gráfban $\nu(G)$ -t, a független élek maximális számát, továbbá $\tau(G)$ -t, a minimális lefogó pontthalmaz méretét! (ZH, 2003. március 27.)



4. Jelölje D_9 azt a 18 élű gráfot, amit úgy kaphatunk egy 9 hosszúságú körből, hogy a körben másodsomszédos pontokat is összekötjük. Állapítsuk meg, hogy D_9 perfekt gráf-e! (ZH, 2004. március 25.)

5. Határozd meg a 2007 csúcsú teljes gráf élkromatikus számát!

6. a) Legyenek egy G gráf csúcsai azok a 10^{100} -nál nem nagyobb pozitív egész számok, amelyeknek van 20-nál kisebb prímosztója. G két csúcsa pontosan akkor alkot élet, ha a megfelelő pozitív egészek relatív prímek. Állapítsuk meg G kromatikus számának értékét! (ZH, 2002. június 4.)

b) Igaz-e, hogy G perfekt?

7. Tegyük fel, hogy a G gráfnak $n = 9999$ pontja van, legyen a maximális fokszáma $\Delta(G) = 2006$, élkromatikus száma pedig $\chi_e(G) = 2006$. Bizonyítsuk be, hogy G -nek van 2006-nál kisebb fokszámú csúcsa! (ZH, 2006. március 30.)

8. a) Tegyük fel, hogy a G páros gráfnak $n = 5000 + 5000$ pontja van és minden pont fokszáma ugyanannyi $= \Delta(G) = 2006$. Bizonyítsd be, hogy G -ben van teljes párosítás!

b) Bizonyítsd be, hogy minden reguláris páros gráfban van teljes párosítás! (Egy gráf *reguláris*, ha minden pont foka ugyanannyi.)

c) A sakktablán véletlenszerűen elhelyezzük a 32 sakkfigurát. Végül azt vesszük észre, hogy minden sorba és minden oszlopba éppen 4 figura került. Bizonyítsd be, hogy a figurák közül kiválasztható 8 úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban éppen 1 van a kiválasztottak közül!

9. a) Bizonyítsd be, hogy ha G páros gráf élgráfja H , akkor $w(H) = \Delta(G)$! (G élgráfján azt a H gráfot értjük, melynek csúcsai G élei és két ilyen csúcsot akkor kötünk össze H -ban, ha G -ben volt közös csúcsa a két hozzájuk tartozó élnek.)

b) Bizonyítsd be, hogy ha G páros gráf élgráfja H , akkor H perfekt!

10. Legyen G_n az a gráf, amit úgy kapunk, hogy felosztjuk a $K_{n,n}$ teljes páros gráf egy uv élet, azaz töröljük uv -t és bevezetünk egy új x csúcsot, illetve az xu és xv éleket. Adjuk meg az összes olyan pozitív egész n számot, melyre G_n perfekt! (ZH, 2006 március 30.)

Könnyű kezdet: <http://www.ouverture-facile.com/start/index.html>