

# Bevezetés a Számításelméletbe II.

## 14. gyakorlat

1. Egy  $x \neq 0$  gyűrűelem baloldali nullosztó, ha  $\exists y \neq 0$ , hogy  $xy = 0$ . Legyen  $x_1$  és  $x_2$  baloldali nullosztók. Bizonyítsuk be, hogy  $x_1x_2$  is baloldali nullosztó, de  $x_1 + x_2$  nem feltétlenül az!
2. A mod 12 maradékosztályok gyűrűjében mely elemeknek van multiplikatív inverzük? Melyek a nullosztók?
3. Adjunk példát az  $n \times n$ -es mátrixok gyűrűjében nullosztókra!
4. Legyen  $R$  egy nullosztómentes gyűrű. Bizonyítsuk be, hogy ha egy  $a$  elemre:
  - a)  $a^2 = a$ , akkor  $a = 0$  vagy  $a = 1$ ,
  - b) Mutassuk meg, hogy egy nem nullosztómentes gyűrűben ez nem feltétlenül igaz!
5. Lássuk be, hogy minden ferdetest nullosztómentes!
6. Igazoljuk, hogy ha egy testben  $a + a = 0$  teljesül valamely  $a \neq 0$  elemre, akkor minden elemre teljesül!

10. feladatsorhoz pótlás: Anatoly Fomenko...

<http://web.archive.org/web/20070712180803/anatoly-fomenko.com/art/main.php>

és végül: Hincz Ágnes... <http://www.hincz.hu/newdrawings/gallery.html>

# Bevezetés a Számításelméletbe II.

## 14. gyakorlat

7. Egy  $x \neq 0$  gyűrűelem baloldali nullosztó, ha  $\exists y \neq 0$ , hogy  $xy = 0$ . Legyen  $x_1$  és  $x_2$  baloldali nullosztók. Bizonyítsuk be, hogy  $x_1x_2$  is baloldali nullosztó, de  $x_1 + x_2$  nem feltétlenül az!
8. A mod 12 maradékosztályok gyűrűjében mely elemeknek van multiplikatív inverzük? Melyek a nullosztók?
9. Adjunk példát az  $n \times n$ -es mátrixok gyűrűjében nullosztókra!
10. Legyen  $R$  egy nullosztómentes gyűrű. Bizonyítsuk be, hogy ha egy  $a$  elemre:
  - a)  $a^2 = a$ , akkor  $a = 0$  vagy  $a = 1$ ,
  - b) Mutassuk meg, hogy egy nem nullosztómentes gyűrűben ez nem feltétlenül igaz!
11. Lássuk be, hogy minden ferdetest nullosztómentes!
12. Igazoljuk, hogy ha egy testben  $a + a = 0$  teljesül valamely  $a \neq 0$  elemre, akkor minden elemre teljesül!

10. feladatsorhoz pótlás: Anatoly Fomenko...

<http://web.archive.org/web/20070712180803/anatoly-fomenko.com/art/main.php>

és végül: Hincz Ágnes... <http://www.hincz.hu/newdrawings/gallery.html>