

Bevezetés a Számításelméletbe II.

8. gyakorlat

- Milyen maradékot ad
 - 50^{50} 11-gyel osztva;
 - 2^{100} 45-tel osztva;
 - $11^{11^{11}}$ 7-tel oszva?
 - $99!$ 101-gyel osztva?
- Oldd meg az alábbi lineáris kongruenciákat!
 - $5x \equiv 2 \pmod{11}$
 - $26x \equiv 16 \pmod{34}$
 - $104x \equiv 74 \pmod{60}$
 - $40x \equiv 28 \pmod{62}$
- Milyen maradékot adhat egy egész szám 92-vel osztva, ha az 54-szerese 24 maradékot ad 92-vel osztva? (ZH, 2003. április 30.)
- Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legfölbjebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hánylábú a százlábú?
 - Egy másik százlábú is megirigyli ezt a módszert. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsd be, hogy elszámolta magát!
 - A százlábúak királyához is eljut a módszer. Neki 6-osával számolva 5 marad ki, 7-esével számolva 6, 8-asával számolva pedig 7. Neki hány lába van?
- Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?
 - 303^{404}
 - $49^{49^{50}}$
 - $17^{17^{17}} - 17^{17} + 17$ (ZH, 2003. május 22.)
 - $99! + 1$
- Határozzuk meg az x kétjegyű egész számot, ha tudjuk, hogy $34x + 5$ utolsó két számjegye, valamint $17x + 10$ utolsó két számjegye megegyezik. (ZH, 2005. május 5.)
- Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 32, differenciája 51. (A sorozat tagjai tehát: 32, 83, 134, ...) Milyen maradékot ad a sorozat első 32 tagjának szorzata 51-gyel osztva? (ZH, 2005. május 5.)
- Milyen számok állíthatók elő $20x + 51y$ alakban, ahol x és y egész számok?
 - Milyen számok állíthatók elő $170x + 51y$ alakban, ahol x és y egész számok?
 - Milyen számok állíthatók elő $21x + 33y + 77z$ alakban, ahol x , y és z egész számok?
- Bizonyítsuk be, hogy $1 \cdot 19 \cdot 37 \cdot 55 \cdot 73 \cdot \dots \cdot 271 + 1$ osztható 17-tel! (ZH, 1998. július 2.)
- Pataki Ferenc fejszámológépművész egyszer a tévében a következő trükköt mutatta be: felkért a közönségből valakit, hogy gondoljon egy háromjegyű számra, szorozza meg 6561-gyel, majd az eredmény utolsó három jegyét közölje. Ebből ő pillanatok alatt kitalálta a gondolt számot. Hogyan csinálta? Utána tudnád-e csinálni, ha használhatsz számológépet, de csak nagyon rövid ideig?