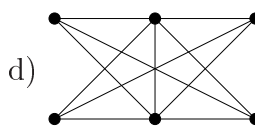


Bevezetés a Számításelméletbe II.

6. gyakorlat

1. Milyen k értékek esetén k -szorosan összefüggőek, illetve k -szorosan élösszefüggőek az alábbi gráfok?

- a) egy 100 pontú út;
- b) egy 100 pontú kör;
- c) a $K_{10,20}$ teljes páros gráf;



2. Bizonyítsd be, hogy egy k -szorosan élösszefüggő, n pontú gráfnak legalább $\frac{kn}{2}$ éle van!

3. a) Bizonyítsd be, hogy ha egy hálózatban minden él kapacitása páros szám, akkor a maximális folyam értéke is páros szám!

b) Igaz-e a fenti feltételek mellett, hogy van olyan maximális folyam, amiben minden élen a folyamérték páros szám?

c) Igaz-e, hogy ha minden él kapacitása páratlan szám, akkor van olyan maximális folyam, amiben minden élen a folyamérték páratlan szám?

4. Bizonyítsuk be, hogy minden háromszorosan összefüggő gráfban van páros hosszúságú kör! (ZH, 2003. június 5.)

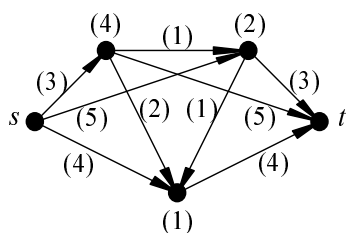
5. Legyen A és B a G gráf csúcsai halmazának két diszjunkt, egyenként legalább k elemű részhalmaza. Tegyük fel, hogy bárhogyan hagyunk el G -ből k -nál kevesebb pontot, a maradék gráfban van olyan út, amely A és B -beli pontokat köt össze. Bizonyítsd be, hogy ekkor létezik G -ben k darab (teljes egészében) pontdiszjunkt út úgy, hogy mindegyik A és B -beli pontokat köt össze!

6. Legyenek A , B és C diszjunkt, r elemű halmazok (ahol $r \geq 1$ egész). Készítsünk egy G gráfot úgy, hogy a csúcsainak halmaza legyen $A \cup B \cup C$ és két csúcsot akkor kössünk össze éllel, ha A , B és C közül nem ugyanabba a halmazba esnek. (A G gráf tehát elképzelhető úgy is, mint ha három, „egymás mellé rajzolt” r csúcsú teljes gráfból álló gráf komplementerét vennénk.) Határozzuk meg azt a maximális k számot, amelyre a G gráf k -szorosan összefüggő! (ZH, 2003. április 30.)

7. Bizonyítsd be, hogy egy 3-reguláris gráf akkor és csak akkor k -szorosan élösszefüggő, ha k -szorosan pontösszefüggő!

8. Tegyük fel, hogy egy (G, s, t, c) hálózatban minden élkapacitás $\frac{3}{2}$ vagy $\frac{7}{4}$ vagy $\frac{9}{5}$. Bizonyítsuk be, hogy létezik olyan maximális f folyam, ami minden élen egy egész szám huszadrészét veszi fel értéként! (ZH, 2006. április 20.)

9. Az alábbi hálózatban a pontoknak is van kapacitása. Vezesd vissza a problémát az eredeti hálózati folyamproblémára, majd keres maximális folyamat és minimális vágást!



10. Legyen $k \leq n-1$. Bizonyítsd be, hogy ha egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n+k-2}{2}$, akkor a gráf k -szorosan összefüggő!

11. Legyen G reguláris páros gráf, amelyről tudjuk, hogy összefüggő és legalább három csúcsa van. Mutassuk meg, hogy ekkor G 2-szeresen is összefüggő. (ZH, 2002. május 16.)

Graham Annable... <http://www.grickle.com>

Mint például... http://www.youtube.com/watch?v=mkUZFV8g0YE&feature=channel_page