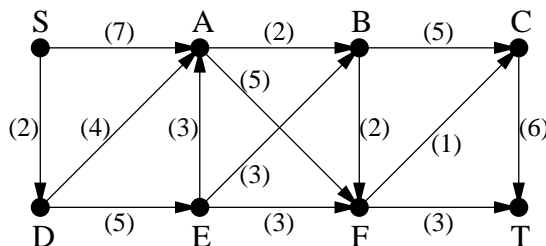


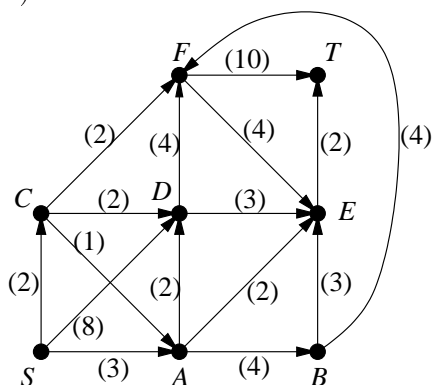
Bevezetés a Számításelméletbe II.

5. gyakorlat

1. Keress az ábrán látható hálózatban maximális folyamot!



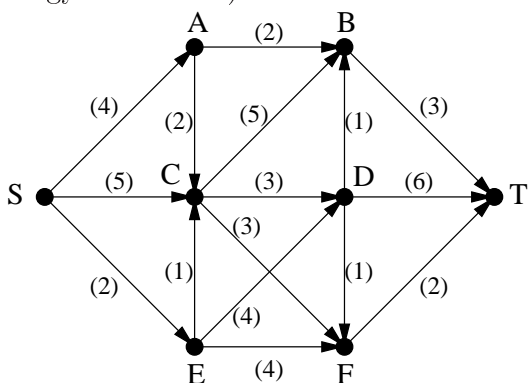
2. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot (S -ből T -be) és bizonyítsuk is be róla, hogy maximális! (ZH, 2003. március 27.)



4. Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legföljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak és a hétvégék nem számítanak).

- Adj meg olyan algoritmust, amely a kisváros térképe alapján eldönti, hogy ez megtehető-e!
- Oldd meg a feladatot arra az esetre is, ha a kisvárosban kétirányú utcák is vannak!

5. Keress az ábrán látható hálózatban maximális folyamot S -ből T -be (és bizonyítsd is be, hogy maximális)!



3. Bizonyítsd be, hogy minden n pontú G gráfra fennállnak az alábbi egyenlőtlenségek (ahol $\chi(G)$ a kromatikus számot, $\alpha(G)$ a független pontok maximális számát jelöli)!

- $\chi(G) + \alpha(G) \leq n + 1$
- $\chi(G) \cdot \alpha(G) \geq n$

6. Bizonyítsd be, hogy minden e élű G gráfra fennállnak az alábbi egyenlőtlenségek (ahol $\chi_e(G)$ az élkromatikus számot, $\nu(G)$ a független élek maximális számát jelöli)!

- $\chi_e(G) + \nu(G) \leq e + 1$ (ZH, 2005. március 31.)
- $\chi_e(G) \cdot \nu(G) \geq e$

7. Tegyük fel, hogy a $G = (A, B; E)$ egyszerű páros gráf A színosztálya a v_1, v_2, \dots, v_k pontokból áll, továbbá hogy a v_i csúcs fokszámára $d(v_i) \geq i$ teljesül $i = 1, 2, \dots, k$ esetén. Mennyi $\tau(G)$ értéke, azaz a G gráfban a lefogó pontok minimális száma? (ZH, 2006. március 30.)

8. Mutassuk meg, hogy $\nu(G) \geq \frac{e}{\Delta(G) + 1}$ teljesül minden e élű G egyszerű gráfra, ahol $\nu(G)$ független élek maximális számát, $\Delta(G)$ pedig a G -beli maximális fokszámot jelöli. (ZH, 2005. május 9.)

9. A G irányított gráf csúcsai legyenek az $1, 2, \dots, 2k$ egész számok. Az a számból akkor vezessen egy irányított él b -be, ha $a < b$. Az a -ból b -be vezető él kapacitása legyen $b - a$. Mennyi az így kapott hálózatban az 1-ből $2k$ -ba vezető maximális folyam értéke?