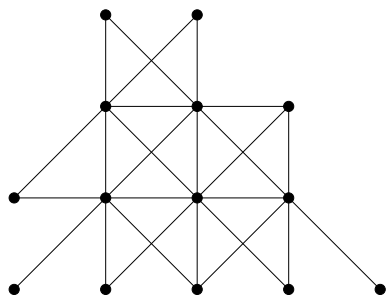


Bevezetés a Számításelméletbe II.

4. gyakorlat

1. Határozd meg az alábbi gráfban $\nu(G)$ -t, a független élek maximális számát! (ZH, 2003. március 27.)



2. Egy vállalatnál hét pályázó jelentkezett hat üres munkahelyre (számozzuk ezeket 1-től 6-ig), egy ember több helyre is: Aladár az 1-es; Béla az 1, 3-as; Csaba a 2, 4, 6-os; Dani a 2, 5-ös; Erzsi a 3, 4, 5, 6-os; Feri az 1, 3-as; Géza a 3-as munkahelyre.

a) Döntsd el, hogy betölthető-e mind a hat munkahely (egy ember csak egy helyre kerülhet)! Ha nem, akkor hány tölthető be?

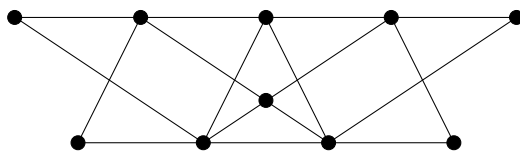
b) Változtat-e valamin, ha Feri meggondolja magát és a 2-es munkahelyet is hajlandó elfogadni?

3. Egy $2n$ pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább n . Bizonyítsuk be, hogy ekkor van benne teljes párosítás!

4. Legyen a H gráf csúcshalmaza $V = \{1, 2, \dots, 2001\}$, és az $i, j \in V$ csúcsok között pontosan akkor menjen él, ha az $i + j$ szám 3-mal osztva 1 maradékot ad. Határozzuk meg a következő értékeket: $\nu(H)$, $\rho(H)$, $\tau(H)$, $\alpha(H)$. (ZH, 2001. március 29.)

5. Egy iskolában a diákok különféle bizottságokat választottak (egy ember többnek is tagja lehet) és most minden bizottság a saját tagjai közül egy-egy elnököt szeretne kinevezni. Bármely bizottság bármely tagja alkalmas lenne elnöknek, de nem akarják, hogy valaki egyszerre több bizottságnak is elnöke legyen. Mikor valósítható ez meg? (Keress szükséges és elégséges feltételt!)

6. Jelölje G az alábbi ábrán látható gráfot. Határozzuk meg $\nu(G)$, $\rho(G)$, $\tau(G)$ és $\alpha(G)$ értékét!



7. Egy kiránduláson n házaspár vesz részt. El kellene osztani közöttük $2n$ különböző fajta csokit úgy, hogy mindenki egyet-egyét kapjon. Tudjuk, hogy mindenki legalább n fajtát szeret a csokik közül. Továbbá minden emberre teljesül, hogy ha ő valamelyik fajta csokit nem szereti, akkor a házastársa ezt a fajtát biztosan szeretni fogja. Bizonyítsd be, hogy a csokik szétoszthatók úgy, hogy mindenki olyat kapjon, amit szeret! (ZH, 1999. május 19.)

8. Bizonyítsd be, hogy minden egyszerű G gráfban $\tau(G) \leq 2\nu(G)$ teljesül.

9. A $2k + 1$ pontú, egyszerű G gráfban minden pont foka legalább $k + 1$. Mennyi $\nu(G)$, a független élek maximális számának értéke? (ZH, 2003. május 13.)

10.a) Bizonyítsd be, hogy minden reguláris páros gráfban van teljes párosítás! (Egy gráf *reguláris*, ha minden pont foka ugyanannyi.)

b) A sakktablán véletlenszerűen elhelyezzük a 32 sakkfigurát. Végül azt vesszük észre, hogy minden sorba és minden oszlopba éppen 4 figura került. Bizonyítsd be, hogy a figurák közül kiválasztható 8 úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban éppen 1 van a kiválasztottak közül!

A világ legjobb animációja:

http://thepiratebay.org/torrent/4311946/The_Thief_and_The_Cobbler_-_Mark_III_Recobbled_Cut