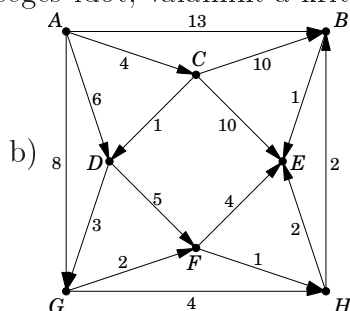
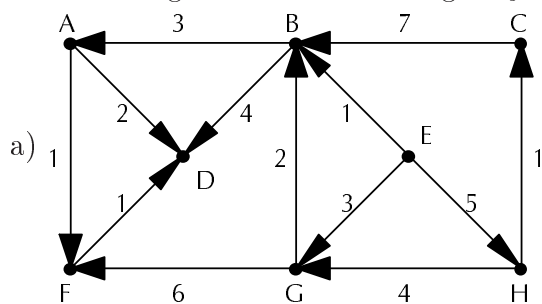


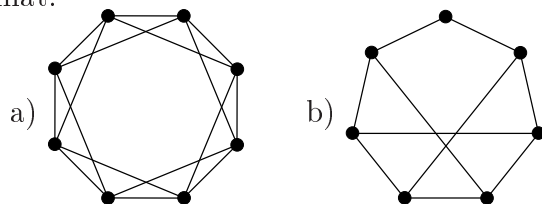
# Bevezetés a Számításelméletbe II.

## 3. gyakorlat

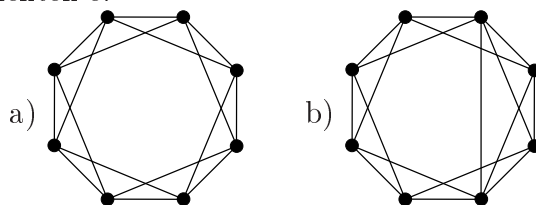
1. Határozd meg az ábra PERT diagramján a szükséges időt, valamint a kritikus részfeladatokat!



2. Határozd meg az alábbi gráfok élkromatikus számát!

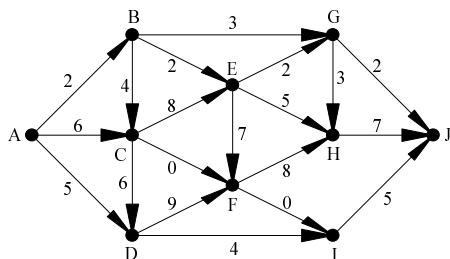


3. Az alábbi gráfokról dönts el, hogy perfektek-e!



4. Mutassuk meg, hogy egy hurokmentes irányított gráf élhalmaza felbontható két diszjunkt részhalmazzra úgy, hogy egyik sem tartalmaz irányított kört! (ZH, 1998. április 9.)

5. Határozd meg az ábra PERT diagramján a szükséges időt, valamint a kritikus részfeladatokat!



6. Jelölje  $D_9$  azt a 18 élű gráfot, amit úgy kaphatunk egy 9 hosszúságú körből, hogy a körben másodsomszédos pontokat is összekötjük. Állapítsuk meg, hogy  $D_9$  perfekt gráf-e! (ZH, 2004. március 25.)

7. Határozd meg a 2007 csúcsú teljes gráf élkromatikus számát!

8. a) Legyenek egy  $G$  gráf csúcsai azok a  $10^{100}$ -nál nem nagyobb pozitív egész számok, amelyeknek van 20-nál kisebb prímosztója.  $G$  két csúcsa pontosan akkor alkot élet, ha a megfelelő pozitív egészek relatív prímek. Állapítsuk meg  $G$  kromatikus számának értékét! (ZH, 2002. június 4.)

b) Igaz-e, hogy  $G$  perfekt?

9. A  $G$  irányított gráfból legföjlőbb  $k$  él kitörlésével elérhető, hogy a maradék gráfban ne legyen irányított kör. Bizonyítsuk be, hogy ekkor  $G$ -ben legföjlőbb  $k$  él irányításának megfordításával is elérhető, hogy a kapott gráfban ne legyen irányított kör.

10. A  $G$  irányított gráf csúcsai legyenek egy  $n$  elemű halmaz összes részhalmazai. Az  $A$  részhalmazból akkor vezessen egy irányított él a  $B$  részhalmazba, ha  $A \subset B$ , de  $A \neq B$ . Az  $A$ -ból  $B$ -be vezető élhez rendeljük hozzá az  $|A| + |B|$  értéket. Határozzuk meg az így kapott PERT feladatban a szükséges időt és a kritikus tevékenységeket! (ZH, 2003. március 27.)

11. Tegyük fel, hogy a  $G$  gráfnak  $n = 9999$  pontja van, legyen a maximális fokszáma  $\Delta(G) = 2006$ , élkromatikus száma pedig  $\chi_e(G) = 2006$ . Bizonyítsuk be, hogy  $G$ -nek van 2006-nál kisebb foksámú csúcsa! (ZH, 2006. március 30.)

12. Legyen  $G_n$  az a gráf, amit úgy kapunk, hogy felosztjuk a  $K_{n,n}$  teljes páros gráf egy  $uv$  élet, azaz töröljük  $uv$ -t és bevezetünk egy új  $x$  csúcsot, illetve az  $xu$  és  $xv$  éleket. Adjuk meg az összes olyan pozitív egész  $n$  számot, melyre  $G_n$  perfekt! (ZH, 2006 március 30.)