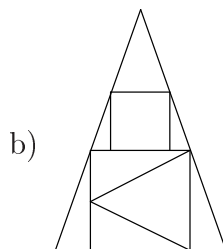
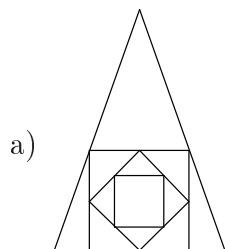


Bevezetés a Számításelméletbe II.

1. gyakorlat

1. Ha lehet, rajzold le az alábbi ábrákat egy vonallal, a ceruza felemelése nélkül!



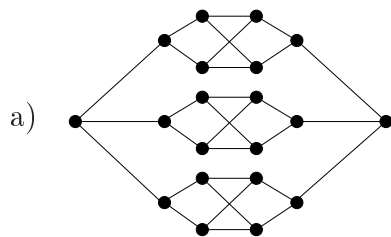
2. Bejárható-e egy 4×4 -es sakktábla lóval úgy, hogy minden mezőre éppen egyszer lépünk rá?

3. A G egyszerű gráfnak $2k + 1$ csúcsa van. Az egyik csúcs foka k , az összes többi csúcs foka legalább $k + 1$. Bizonyítsuk be, hogy G -ben van Hamilton-kör! (ZH, 2003. március 27.)

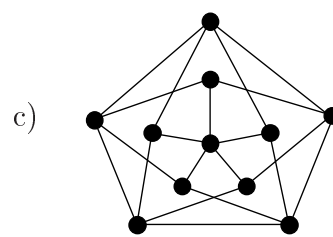
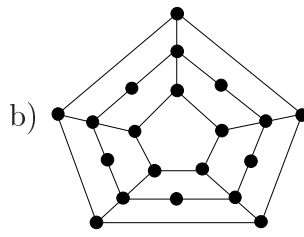
4. Egy 20 tagú társaságban mindenki ugyanannyi embert ismer a többiek közül. Bizonyítsd be, hogy le tudnak ülni egy kör alakú asztal köré vagy úgy, hogy mindenki mindkét szomszédját ismeri, vagy úgy, hogy senki sem ismeri egyik szomszédját sem.

5. Igazold, hogy ha egy egyszerű gráf minden pontjának foka 4, akkor az élei kiszínezhetők piros és kék színekkel úgy, hogy (minden él teljes hosszában egy színű legyen és) minden ponthoz két piros és két kék él illeszkedjék.

6. Van-e Hamilton-kör az alábbi gráfokban? És Hamilton-út?



(ZH, 2004. május 3.)



(ZH, 1999. június 2.)

7. Jelölje $S(n, k)$ azt a gráfot, melynek csúcsai az $n \times k$ -as sakktábla mezői, két csúcs pedig akkor szomszédos, ha a megfelelő mezők (oldaluk mentén) szomszédosak. Mely (n, k) értékekre van $S(n, k)$ -ban

- a) Euler-út; b) Euler-kör; c) Hamilton-út; d) Hamilton-kör?

8. Létezik-e olyan lépéssorozat a huszárral a 8×8 -as sakktáblán, melynek során az összes lehetséges lépést pontosan egyszer megtesszük, de csakis az egyik irányban? (Vagyis, ha X és Y két olyan mező, hogy a huszár léphet egyikről a másikra [ilyen pl. a sakktábla szokásos jelölésével A1 és B3], akkor a kívánt lépéssorozatban az $X \rightarrow Y$ és $Y \rightarrow X$ lépések közül az egyiknek elő kell fordulnia, de mindkettő nem szerepelhet.) (ZH, 2004. március 25.)

9. Bizonyítsd be, hogy ha egy n csúcsú egyszerű gráfnak legalább $\binom{n-2}{2} + n$ éle van, akkor van benne Hamilton-kör!

10. Igazold, hogy ha egy $2k + 1$ pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább k , akkor a gráfban van Hamilton-út!

Hamilton-út játék: <http://www.newgrounds.com/portal/view/370984>