

# Bevezetés a Számításelméletbe I.

## 13. gyakorlat

1. Mi a számossága az alábbi halmazoknak?
  - a) azon síkvektorok halmaza, amelyeknek mindkét koordinátája pozitív egész szám;
  - b) azon térbeli vektorok halmaza, amelyeknek mindhárom koordinátája (pozitív vagy negatív) egész szám;
  - c) azon  $\mathbb{R}^4$ -beli vektorok halmaza, amelyeknek mind a négy koordinátája pozitív racionális szám;
  - d) azon  $\mathbb{R}^5$ -beli vektorok halmaza, amelyeknek mind az öt koordinátája racionális szám;
  - e) azon (tetszőleges magasságú) oszlopvektorok halmaza, amelyeknek minden koordinátája racionális szám.
2. Mi a számossága a valós számok alábbi részhalmazainak?
  - a) az  $\{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\}$  alakú valós számok halmaza;
  - b) az olyan 0-nál nagyobb és 1-nél kisebb valós számok halmaza, amelyeknek tizedestört alakjában csak 1-es és 2-es számjegy fordul elő;
  - c) az irracionális számok halmaza.
3. Határozd meg az alábbi halmazok számosságát!
  - a) a sík összes pontjainak halmaza (segítség: 0-1 sorozatok!);
  - b) a tér összes pontjainak halmaza.
4. A  $H$  halmaz álljon a komplex egységgyökökből. ( $H$  tehát minden  $n \geq 1$  egész számra az összes  $n$ -edik egységgyököt tartalmazza.) Határozzuk meg  $H$  számosságát! (ZH, 2002. december 20.)
5. A  $H$  halmaz álljon az összes olyan, az  $a$  és  $b$  betűkből készített, végtelen hosszú sorozatokból, amelyekben minden  $n$  pozitív egészhez található  $n$  darab szomszédos  $b$  betű. Határozzuk meg  $H$  számosságát! (ZH, 2002. december 5.)
6. Legalább milyen sok egyenesre van szükség ahhoz, hogy lefedhessük velük a síkot?