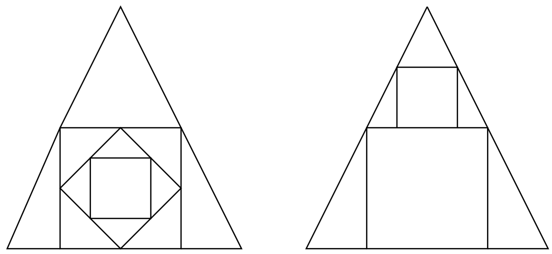
Diszkrét matematika
4. gyakorlat

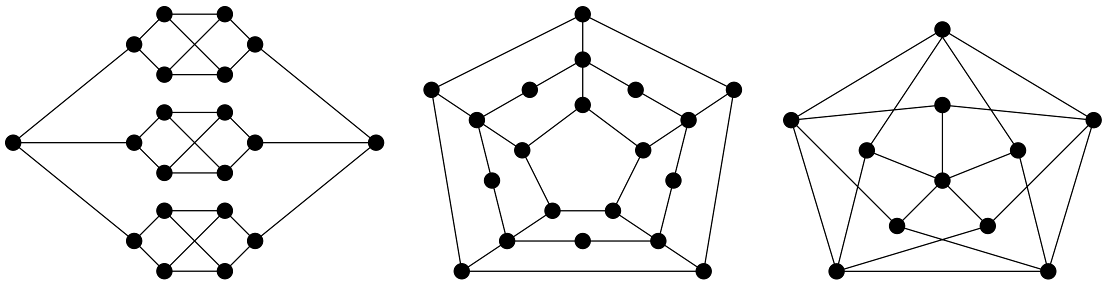
1. Döntsük el, hogy lerajzolhatól-e az alábbi ábrák egy vonallal, a ceruza felemelése nélkül. Amelyik igen, azt rajzoljuk is le így.



2. Bejárható-e a 4×4-es, illetve az 5×5-ös sakktábla lólépésben úgy, hogy minden mezőre pontosan egyszer lépünk rá és visszatérünk a kiindulási mezőre? Mi a helyzet, ha nem kell visszatérni a kiindulási mezőre?

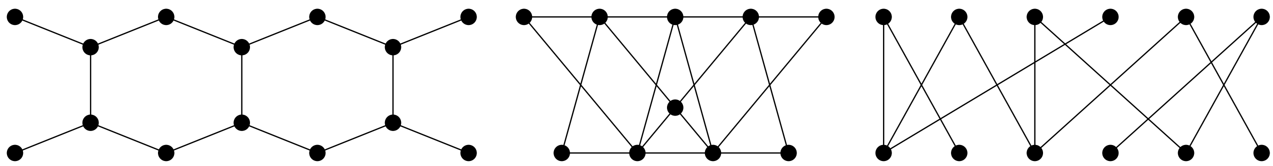
3. Egy 20 tagú társaságban mindenki ugyanannyi embert ismer a többiek közül. Bizonyítsd be, hogy le tudnak ülni egy kör alakú asztal köré vagy úgy, hogy mindenki ismeri a szomszédjait, vagy úgy, hogy senki sem ismeri egyik szomszédját sem.

4. Van-e Hamilton-kör az alábbi gráfokban? És Hamilton-út?



5. Elkészíthető-e egy 4×4-es, 1 cm-es élhosszúságú mezőkből álló négyzetháló 8 db 5 cm-es zsinórdarabból (olló használata nélkül)? És 5 db 8 cm-es darabból?

6. Határozzuk meg az alábbi gráfokban $\nu(G)$-t, a független élek maximális számát.



7. Bizonyítsuk be, hogy minden k-reguláris páros gráfban ($k \geq 1$) van teljes párosítás. (Egy gráf k-reguláris, ha minden pontjának a foka k.)

8. Lássuk be, hogy minden fa páros gráf, és legfeljebb egy teljes párosítása lehet.

9. Legyen G egy egyszerű, összefüggő páros gráf, melynek mindkét pontosztályában n pont van, és az egyik pontosztályában minden pont foka különböző. Mutassuk meg, hogy G-ben van teljes párosítás.