

Hash, DFS, DAG

1. Egy B_5 fában az $1, 2, 3, 4, \dots, 9, 10$ elemek vannak, a gyökerében a $(4, 8)$ útjelző-párossal. Töröljünk belőle a következő sorrendben: $9, 3, 8, 6$
 2. A $T[0 : M]$ táblában $2n$ elemet helyeztünk el az első $3n$ helyen ($3n < M$) egy ismeretlen hash-függvény segítségével. A táblában minden $3i$ indexű hely üresen maradt ($0 \leq i < n$). Legfeljebb hány ütközés lehetett, ha az ütközések feloldására
 - (a) lineáris próbálást
 - (b) kvadratikus maradék próbálást használtunk?
 3. A $T[0 : M - 1]$ táblában rekordokat tárolunk nyitott címzésű hashelt szervezéssel. Az ütközések feloldására lineáris próbálást alkalmazunk. Tehát ha a $h(K)$ sorszámú cella foglalt, akkor a K kulcsú rekordot a $h(K) - 1, h(K) - 2, \dots$ sorszámú cellák közül az első üresbe tesszük. Tegyük fel, hogy a tábla használata során egy hibás törlés történt: egy cellából kitöröltünk egy rekordot a törlés-bit beállítása nélkül.
 - (a) Igaz-e, hogy a hibás törlés helye mindig megtalálható?
 - (b) Adjunk hatékony (lineáris időigényű) algoritmust a tábla megjavítására. (Módosítsuk úgy a táblát, hogy megszűnjenek a hibás törlés negatív következményei.)
 4. Milyen éleket különböztet meg egy DFS bejárás, van-e minden esetben az összes típusból? Ha egy DFS végeztével nincs olyan olyan faél lenne, akkor milyen élek lehetnek?
 5. Hogyan viszonyulhat a fenti élek két végpontjának mélységi és befejezési száma egymáshoz egy irányított gráfban? És hogyan, ha nincs él?
 6. Éllistával adott a súlyozott élű $G = (V, E)$ gráf. Tegyük fel, hogy az élek súlyai az $1, 2, 3$ számok közül valók. Javasoljunk $O(n + e)$ uniform költségű algoritmust az $s \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására. (Itt n a G gráf csúcsainak, e pedig az éleinek a száma.)
 7. Legyen G egy irányítatlan összefüggő gráf. Igaz-e, hogy
 - (a) G minden f éléhez van G -nek olyan mélységi bejárása, amelyben f egy faél?
 - (b) G minden f éléhez van G -nek olyan szélességi bejárása, amelyben f egy faél?
 - (c) G minden F feszítőfájához van G -nek olyan mélységi bejárása, amelyben F minden éle faél?
 - (d) G minden F feszítőfájához van G -nek olyan szélességi bejárása, amelyben F minden éle faél?
 8. Egyértelmű-e a topologikus rendezés?
 9. Hogyan tudjuk egy DAG-ban a leghosszabb utakat meghatározni?
-
10. Egy n irányított gráf v pontjából indított egyik mélységi bejárásában v befejezési száma $n - 1$, az élek között $f \geq 2$ keresztél és l visszaél van. Hogyan tudjuk meghatározni a gráfban a leghosszabb kör hosszát $O(elf)$ lépésben?
 11. Egy városban k ember lakik. A városban (nem feltétlenül diszjunkt) bizottságokat alapítanak úgy, hogy bármely kettőnek páros számú közös tagja van (! a 0 is páros). Mennyi a bizottságok maximális száma (n), ha bármely bizottság tagjainak száma
 - (a) páratlan?
 - (b) páros?
 (érdekeség: a *by the book* bizonyítása lineáris algebrai) (mo: $n_1 = k, n_2 = 2^{\lfloor k/2 \rfloor}$)