

DFS

1. Hogyan működik a mélységi keresés (DFS)? Milyen éleket különböztet meg egy bejárás, van-e minden esetben az összes típusból? Lehet-e egy él más típusú ugyanabban a gráfban különböző/ugyanazon bejárásban? Milyen számokkal jellemezhetünk egy-egy csúcsot a bejárás szempontjából?
2. Hogyan viszonyulhat a fenti él két végpontjának mélységi és befejezési száma egymáshoz egy irányított gráfban? És hogyan, ha nincs él?
3. A 6 pontú G gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w . A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, ill. a befejezési számok a következők: x : 1,6; y : 2,4; z : 6,5; u : 3,3; v : 4,1; w : 5,2. Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi feszítőfa éleit. Rekonstruálható-e G az előző számok ismeretében?
4. Éllistával adott a súlyozott élű $G = (V, E)$ gráf. Tegyük fel, hogy az élek súlyai az 1,2,3 számok közül valók. Javasoljunk $O(n + e)$ uniform költségű algoritmust az $s \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására. (Itt n a G gráf csúcsainak, e pedig az éleinek a száma.)
5. Legyen G egy irányítatlan összefüggő gráf. Igaz-e, hogy
 - (a) G minden f éléhez van G -nek olyan mélységi bejárása, amelyben f egy faél?
 - (b) G minden f éléhez van G -nek olyan szélességi bejárása, amelyben f egy faél?
 - (c) G minden F feszítőfájához van G -nek olyan mélységi bejárása, amelyben F minden éle faél?
 - (d) G minden F feszítőfájához van G -nek olyan szélességi bejárása, amelyben F minden éle faél?
6. Tekintsük az olyan G irányított gráfokat, amelyekben ha eltekintünk az élek irányításától, akkor a kapott irányítatlan G' gráf összefüggő. A G gráf egy mélységi bejárásánál maximálisan hány olyan csúcs lehet, amelyre a mélységi és a befejezési szám megegyezik?
7. Egy n csúcsú irányított gráf mélységi bejárása során azt tapasztaltuk, hogy minden csúcsra a befejezési és a mélységi szám különbsége kisebb mint $(n - 4)/4$. Igazoljuk, hogy a gráf erősen összefüggő komponenseinek száma legalább 4.
8. Mi a DAG és hogyan tudjuk ellenőrizni, hogy egy gráf teljesíti-e ezeket a feltételeket?
9. Hogyan határozhatunk meg egy topologikus rendezést egy DAG-ban?
10. Egyértelmű-e a topologikus rendezés?
11. Adott egy gráf, amely egy, kettő, három, öt és tíz órás taszkok egymásután következését jelöli. A csúcsok az egyes taszkoknak/feladatoknak felelnek meg, az u csúcsból pedig a v csúcsba pontosan akkor fut irányított él, ha az u taszk eredményére szükség van a v elkezdéséhez. Ha egyszerre akár az összes taszkon tudunk dolgozni, akkor hogyan határozhatjuk meg $O(\max(n, e))$ lépésben, hogy mennyi ideig fogunk mindenképpen dolgozni, és hogy elvégezhető-e minden feladat?