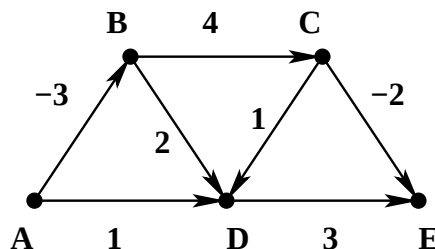


3. gyakorlat BFS - Legrövidebb utak gráfokban

- Éllistával adott egy $G = (V_1 \cup V_2, E)$ páros gráf és benne egy M párosítás. Hogyan ellenőrizhetjük, hogy a párosítás maximális-e? Mennyi a lépésszám? Hogyan változik a lépésszám, ha tudjuk, hogy a párosítatlan pontok száma V_2 -ben n -től függetlenül legfeljebb 6? Mennyi a lépésszám, ha $|V_1| = n - 6$?
- Éllistával adott a súlyozott élű $G = (V, E)$ gráf. Tegyük fel, hogy az élek súlyai az 1,2,3 számok közül valók. Javasoljunk $O(n + e)$ uniform költségű algoritmust az $s \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására. (Itt n a G gráf csúcsainak, e pedig az éleinek a száma.)
- Legyen $G = (V, E)$ mátrixszal adott n -pontú, súlyozott élű irányított gráf. Tegyük fel, hogy G nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört, továbbá azt, hogy a G -beli egyszerű irányított utak legfeljebb 25 élből állnak. Javasoljunk $O(n^2)$ költségű módszert az $1 \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására.
- Határozzuk meg az A csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát az alábbi gráfban:



- A 4. feladatban szereplő gráfban határozzuk meg Floyd módszerével az összes pontpárra a legrövidebb utak hosszát!
- (Warshall) Hogyan határozhatnánk meg hatékonyan, hogy egy G gráf mely csúcsai között fut irányított él? (Az ezt reprezentáló gráfot a G tranzitív lezártjának nevezzük.)
- Vegyük az a gráfot, amelyet a 4. feladatban szereplő gráfból úgy kapunk, hogy a negatív élsúlyokat az ellentettjűkre cseréljük. Határozzuk meg a legrövidebb út összsúlyát az A csúcsból mindenhová Dijkstra-módszerével.
- Vidéken autózunk, ahol benzinkút csak bizonyos falvakban van. Az A falubeli benzinkúttól indulunk és a B faluba akarunk elérni (ahol szintén van benzinkút). A falvak közötti utakat egy n csúcsú e élű, összefüggő, irányítatlan gráf írja le, melynek csúcsai a falvak, az élek pedig a falvak közötti utakat jelentik, egy él súlya a két falut összekötő útszakasz hossza. A gráf az éllistájával adott, és ezen kívül adott még az a k falu, amelyben van benzinkút. Adjunk $O(k \cdot e \cdot \log n)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza az A -ból B -be vivő legrövidebb olyan útvonalat, melynek során soha nem kell 600 kilométernél többet autóznunk két benzinkút között.
- Milyen x és y értékekre lesz használható a Dijkstra-, a Bellmann-Ford- illetve a Floyd-algoritmus az alábbi gráfban? Az értékek ismeretében $x = -100$ és $y = 0$ értékekkel számoljuk ki a legrövidebb utakat E-ből, majd C-ből és F-ből mindenhová máshová, minél kevesebb számítással. Hogyan használhatjuk a Dijkstra-algoritmust?

