

O , Ω , Θ - Elágazás és korlátozás - Dinamikus programozás

1	$(\log n)^k$, ahol $k > 0$	n	$n \cdot \log n$	n^k , ahol $k \geq 2$	c^n , ahol $c > 1$	$n!$	n^n
---	-----------------------------	-----	------------------	-------------------------	----------------------	------	-------

0. Mi a tagadása az alábbi állításoknak? Igazak ezek az állítások?

- Minden kedden van algel gyakorlat.
- Minden olyan hallgató, aki jár algel gyakorlatra, átmegy a vizsgán.
- Minden olyan 17 lábú zsiráf, aki jár algel gyakorlatra, az átmegy a vizsgán.

1. Az $f(n) = O(n)$ jelölés egyenletnek tekinthető-e? Mi fejezi ki a relációt a kifejezésben és mik között áll fenn?

2. Jelöljük $T(n)$ -nel egy algoritmus legnagyobb lehetséges lépésszámát az n méretű inputokon. Tudjuk, hogy $T(n) \leq 10$, ha $n \leq 5$ és $T(n) \leq T(n-1) + n/3$, ha $n > 5$. Ekkor mit tudunk mondani $T(n) = O(n)$, $T(n) = O(n^2)$ és $T(n) = O(n^3)$ egyenlőségek helyességéről?

3. Az alábbi függvények esetén mely párokra teljesül, hogy $f_i(n) = O(f_j(n))$? Miért?

$$f_1(n) = 11n^2 \quad f_2(n) = 8n^2 \cdot \log n \quad f_3(n) = n^2 + 123456$$

4. Igaz-e, hogy $\log_2 f(n) = \Theta(\log_{100}(f(n)))$, feltéve, hogy $f(n) > 0$?

5. Adjunk O becslést a következő függvényekre:

- $(n^2 + 8)(n + 1)$
- $(n \log_2 n + n^2)(n^3 + 2)$
- $(n^3 + n^2 \log_2 n)(\log_2 n + 1) + (17 \log_2 n + 19)(n^3 + 2)$
- $(n! + 2^n)(n^3 + \log_2(n^2 + 1))$
- $(2^n + n^2)(n^3 + 3^n)$
- $(n^n + n2^n + 5^n)(n! + 5^n)$

6. Ugyanarra a feladatra van két algoritmusunk: A és B. A maximális lépésszámot leíró függvények legyenek f_A és f_B . Tudjuk, hogy $f_A(n) = O(f_B(n) \cdot \log n)$. Következik-e ebből, hogy

- A minden bemeneten gyorsabb, mint B.
- A véges sok bemenet kivételével gyorsabb, mint B.
- A végtelen sok bemenet kivételével gyorsabb, mint B.
- A megfelelően nagy bemenetekre gyorsabb, mint B.

És ha $f_A(n) \cdot \log n = O(f_B(n))$?

7. Tegyük fel, hogy van egy számítógépes programunk, ami egy k méretű feladaton a jelenlegi gépünkön 1 nap alatt fut le. Beszereztünk egy százszor gyorsabb számítógépet. Ugyanazon programmal mekkora feladatot lehet az új gépen egy nap alatt megoldani, ha a program lépésszáma n méretű feladat esetén n -nel ill. n^3 -bel ill. 2^n -nel arányos?

8. Adott n chip, melyek képesek egymás tesztelésére a következő módon: ha összekapcsolunk két chipet, mindkét chip nyilatkozik a másiktól, hogy hibásnak találta-e. Egy hibátlan chip korrektül felismeri, hogy a másik hibás -e, míg egy hibás chip akármilyen választ adhat. Tegyük fel, hogy a chipek több, mint a fele korrekt. Adjunk algoritmust, mely n -nél kevesebb fenti tesztet használva kikeres egy jó chipet.

9. Egy tanteremben fel van szerelve egy $n \times n$ -es tábla, melyen n^2 villanykörte helyezkedik el. A tábla minden egyes sorához illetve oszlopához tartozik egy-egy nyomógomb, mellyel a megfelelő sorban (oszlopban) található n darab villanykörte állapotát egyszerre lehet átváltoztatni az ellenkezőjére. (Egy gombnyomásra az adott sorban illetve oszlopban égő körték elalszanak, az alvók pedig kigyulladnak.) A szünet kezdetekor az összes körte leoltott állapotban van. Szünetben a nebulók össze-vissza nyomogatják a gombokat. Hány kapcsolással tudja a tanár visszaállítani az eredeti állapotot? (A gombok egyállapotúak, azaz nem látszik rajtuk, hogy megnyomták-e őket vagy sem.)