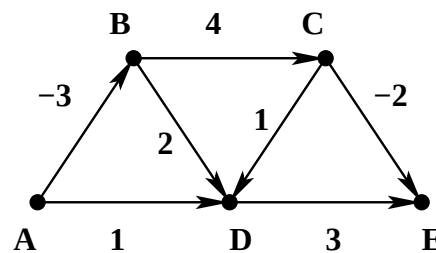


## 4. gyakorlat

### Kupac adatszerkezet - Keresések

- Éllyistával adott egy  $G = (V_1 \cup V_2, E)$  páros gráf és benne egy  $M$  párosítás. Hogyan ellenőrizhetjük, hogy a párosítás maximális-e? Mennyi a lépésszám? Hogyan változik a lépésszám, ha tudjuk, hogy a párosítatlan pontok száma  $V_2$ -ben  $n$ -től függetlenül legfeljebb 6? Mennyi a lépésszám, ha  $|V_1| = n - 6$ ?
- Az orosz cár sürgősen levelet szeretne küldeni a kínai császárnak. Ehhez a már jól bejáratott, Szentpétervárról Pekingbe vivő útvonalat szeretné használni, amin  $n$  város helyezkedik el sorban egymás után:  $v_1, v_2, \dots, v_n$ . A levelet postagalambok viszik egyik városból a másikba, a célba juttatásához persze több galambra is szükség lehet egymás után. A felesleges kitérők elkerülése érdekében a galambok mindig olyan  $v_i$  városból viszik a levelet  $v_j$ -be, amire  $i < j$  teljesül. Segítsünk megtervezni a cárnak a leggyorsabb útvonalat, ha minden galambról tudjuk, hogy honnan hova tud repülni, és mennyi idő alatt teljesíti a távot! Elemezzük a megadott algoritmus hatékonyságát is!
- Legyenek  $a_1, a_2, \dots, a_n$  tetszőleges egész számok és  $m < n^2$  egész. Adjunk algoritmust, amely a bináris alakjukkal megadott  $a_1, a_2, \dots, a_n$  és  $m$  számokról eldönti polinom időben, hogy az  $a_1, a_2, \dots, a_n$  számok közül kiválasztható-e néhány úgy, hogy az összegük  $m$ -mel osztva egyet adjon maradékul.
- Határozzuk meg az  $A$  csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát az alábbi gráfban:



- A 4. feladatban szereplő gráfban határozzuk meg Floyd módszerével az összes pontpárra a legrövidebb utak hosszát!
- (Warshall) Hogyan határozhatnánk meg hatékonyan, hogy egy  $G$  gráf mely csúcsai között fut irányított él? (Az ezt reprezentáló gráfot a  $G$  tranzitív lezártjának nevezzük.)
- Vegyünk az a gráfot, amelyet a 4. feladatban szereplő gráfból úgy kapunk, hogy a negatív élsúlyokat az ellentettjűkre cseréljük. Határozzuk meg a legrövidebb út összsúlyát az  $A$  csúcsból mindenhová Dijkstra-módszerével.
- Vidéken autózunk, ahol benzinkút csak bizonyos falvakban van. Az  $A$  falubeli benzinkúttól indulunk és a  $B$  faluba akarunk elérni (ahol szintén van benzinkút). A falvak közötti utakat egy  $n$  csúcsú  $e$  élű, összefüggő, irányítatlan gráf írja le, melynek csúcsai a falvak, az élek pedig a falvak közötti utakat jelentik, egy él súlya a két falut összekötő útszakasz hossza. A gráf az éllyistájával adott, és ezen kívül adott még az a  $k$  falu, amelyben van benzinkút. Adjunk  $O(k \cdot e \cdot \log n)$  lépésszámú algoritmust, amely meghatározza az  $A$ -ból  $B$ -be vivő legrövidebb olyan útvonalat, melynek során soha nem kell 600 kilométernél többet autóznunk két benzinkút között.
- Építsünk kupacot a 10, 8, 6, 1, 3, 2, 5, 7, 9, 4 sorozatból!
- (a) Építsünk kupacot az órán tanult lineáris idejű módszerrel az alábbi tömbből: 31; 6; 50; 7; 2; 51.  
(b) Szúrjuk be az így kapott tömbbe az 1, majd ezután az 5 számot.  
(c) Hajtsunk végre két egymást követő MINTÖR-t az így kapott kupacon.
- Adott egy  $n$  hosszú, csupa különböző elemből álló lista. Hogyan választhatjuk ki hatékonyan az öt legkisebbet? És az ötödik legnagyobbat? Mennyire hatékonyan? Ha a listából épített kupac adott, akkor milyen költséggel tudjuk ugyanezeket megtenni?
- Egy rendezett halmazból  $n$  elem kupacban van elhelyezve. Bizonyítsuk be, hogy a legnagyobb elem megkereséséhez  $\Omega(n)$  összehasonlítás szükséges!