

Keresőfák II.

Jelölés Piros-fekete fában fekete csúcs karikával, piros négyzettel jelölve.

1. Egy sportklub teniszezői kialakítottak egy erőssorrendet. Ezt a következő szabályok szerint tartják karban: (1) új játékos mindig a sorrend végére kerül, (2) a rangsor szerinti i -edik játékos kihívhatja az $i + 1$ -ediket, és ha legyőzi, helyet cserélnek. Tervezzünk olyan hatékony adatszerkezetet, mely lehetővé teszi a rangsor számítógépes kezelését! A szükséges funkciók a következők:
BESZÚR(név): az új játékost "név" azonosítóval a rangsor végére teszi
KIHÍV(név): az $i + 1$. helyen álló játékos nevét adja, ha a "név" azonosítójú játékos az i . helyen áll és $i \geq 1$.
KICSERÉL(i): kicseréli a rangsor i . és $i + 1$. helyén lévő játékosokat, ha $i \geq 1$.
 2. Milyen eseteket különböztetünk meg piros-fekete fából való törléskor? Mi az egyes esetekben a teendőnk, hogy fenntarthassuk a piros-fekete fa által előírt tulajdonságokat a művelet után is?
 3. *Ezek alapján:* Illesszük be egy piros-fekete fába sorban a 8, 2, 4, 7, 5, 3, 1, 6, 9 elemeket. Ezután töröljük az 5, majd a 7 elemet.
 4. Szeretnénk on-line, egyszerre maximum $15n$ darab p hosszú csomagot (bitsorozatot) pufferelni úgy, hogy közben a tárolt csomagokon bizonyos műveleteket végrehajthassunk. A csomagok rendelkeznek egy 1 és k közötti címzett azonosítóval ($k \ll n$) és egy 1 és $30kn$ közötti üzenet azonosítóval. Lehetővé szeretnénk tenni, hogy üzeneteket az egyes címzettek lekérdezhessenek vagy törölhessenek a tárból üzenetazonosító alapján $O(\log n)$ költséggel. Emellett meghatározhatják a számukra legrégebben küldött üzenet azonosítóját, majd lekérdezzék azt összesen $O(\log \max k, n)$ lépésben. Javasoljunk megfelelő adatstruktúrát a feladatra!
 5. Egy sportklub teniszezői kialakítottak egy erőssorrendet. Ezt a következő szabályok szerint tartják karban: (1) új játékos mindig a sorrend végére kerül, (2) a rangsor szerinti i -edik játékos kihívhatja az $i + 1$ -ediket, és ha legyőzi, helyet cserélnek. Tervezzünk olyan hatékony adatszerkezetet, mely lehetővé teszi a rangsor számítógépes kezelését! A szükséges funkciók a következők:
BESZÚR(név): az új játékost "név" azonosítóval a rangsor végére teszi
KIHÍV(név): az $i + 1$. helyen álló játékos nevét adja, ha a "név" azonosítójú játékos az i . helyen áll és $i \geq 1$.
KICSERÉL(i): kicseréli a rangsor i . és $i + 1$. helyén lévő játékosokat, ha $i \geq 1$.
 6. Mi a hasonlóság és a különbség a piros-fekete és a $(2, 3)$ -fák között?
 7. Egy kezdetben üres $(2, 3)$ -fába az $1, 2, \dots, n$ számokat szúrtuk be ebben a sorrendben (növekvő). Bizonyítsuk be, hogy a keletkezett fában a harmadfokú csúcsok száma $O(\log n)$.
-
8. Hogyan állapíthatnánk meg egy térképet reprezentáló gráf éllistája (utak és hosszai) alapján $O(n^3)$ lépésben, hogy mi a legrövidebb, $3k$ élből álló út a gráf bármely pontjából, bármely másikba?
Témakör: _____
9. Hogyan tudnánk az előző feladat lépésszámán javítani, ha nem a legrövidebb utat keressük, hanem szeretnénk minél kisebb eséllyel eltévedni, azaz a legkevesebb várost/csomópontot szeretnénk érinteni. Tudunk-e jobb lépésszámkorlátot biztosítani?
Témakör: _____
10. Adott az $a_1, a_2, \dots, a_n$ rendezetlen, valós számokból álló lista. Adjunk algoritmust, amely $O(n \log_9 n^2)$ lépésben meghatározza az összes olyan $i - j$ párt, amelyre $a_i^2 + a_j^2 = c$. (PZH 2010.05.20)
Témakör: _____
11. A valós számokból álló $a_1, \dots, a_n$ sorozat olyan, hogy az $a_1^{2^n}, a_2^{2^n}, \dots, a_n^{2^n}$ sorozat egy darabig nő, utána csökken. Adjunk $O(n)$ összehasonlítást használó algoritmust, ami rendezi az $a_1, \dots, a_n$ sorozatot. (ZH 2007. ápr. 27.)
12. Adott k darab n hosszú (rendezetlen) sorozat, amelyek közül bármelynek bármely részsorozatáról tudjuk, hogy az első és az utolsó elem különbségének abszolútértéke páros vagy prím szám, emellett pedig 5000-nél nem nagyobb. Készítsünk a sorozatokból egyetlen rendezett listát $O(kn)$ lépésben.
Témakör: _____
13. Legyen $f_1(n) = n^{3 \log n}$ és $f_2(n) = 2010 \cdot 4^{\log^2 n}$. Igaz-e, hogy $f_1 = O(f_2)$, illetve, hogy $f_2 = O(f_1)$?
Témakör: _____