

1. gyakorlat
 O , Ω , Θ - Elágazás és korlátozás - Dinamikus programozás

0. Mi a tagadása az alábbi állításoknak? Igazak ezek az állítások?
- Minden kedden van algel gyakorlat.
 - Minden olyan hallgató, aki jár algel gyakorlatra, átmegy a vizsgán.
 - Minden olyan 17 lábú zsiráf, aki jár algel gyakorlatra, az átmegy a vizsgán.
1. Az $f(n) = O(n)$ jelölés egyenletnek tekinthető-e? Mi fejezi ki a relációt a kifejezésben és mik között áll fenn?
2. Jelöljük $T(n)$ -nel egy algoritmus legnagyobb lehetséges lépésszámát az n méretű inputokon. Tudjuk, hogy $T(n) \leq 10$, ha $n \leq 5$ és $T(n) \leq T(n-1) + n/3$, ha $n > 5$. Ekkor mit tudunk mondani $T(n) = O(n)$, $T(n) = O(n^2)$ és $T(n) = O(n^3)$ egyenlőségek helyességéről?
3. Az alábbi függvények esetén mely párokra teljesül, hogy $f_i(n) = O(f_j(n))$? Miért?
- $$f_1(n) = 11n^2 \quad f_2(n) = 8n^2 \cdot \log n \quad f_3(n) = n^2 + 123456$$
4. Igaz-e, hogy $\log_2 f(n) = \Theta(\log_{100}(f(n)))$, feltéve, hogy $f(n) > 0$?
5. Adjunk O becslést a következő függvényekre:
- (a) $(n^2 + 8)(n + 1)$
 - (b) $(n \log_2 n + n^2)(n^3 + 2)$
 - (c) $(n^3 + n^2 \log_2 n)(\log_2 n + 1) + (17 \log_2 n + 19)(n^3 + 2)$
 - (d) $(n! + 2^n)(n^3 + \log_2(n^2 + 1))$
 - (e) $(2^n + n^2)(n^3 + 3^n)$
 - (f) $(n^n + n2^n + 5^n)(n! + 5^n)$
6. Ugyanarra a feladatra van két algoritmusunk: A és B. A maximális lépésszámot leíró függvények legyenek f_A és f_B . Tudjuk, hogy $f_A(n) = O(f_B(n) \cdot \log n)$. Következik-e ebből, hogy
- (a) A minden bemeneten gyorsabb, mint B.
 - (b) A véges sok bemenet kivételével gyorsabb, mint B.
 - (c) A végtelen sok bemenet kivételével gyorsabb, mint B.
 - (d) A megfelelően nagy bemenetekre gyorsabb, mint B.
- És ha $f_A(n) \cdot \log n = O(f_B(n))$?
7. Tegyük fel, hogy van egy számítógépes programunk, ami egy k méretű feladaton a jelenlegi gépünkön 1 nap alatt fut le. Beszereztünk egy százszor gyorsabb számítógépet. Ugyanazon programmal mekkora feladatot lehet az új gépen egy nap alatt megoldani, ha a program lépésszáma n méretű feladat esetén n -nel ill. n^3 -bel ill. 2^n -nel arányos?
8. Mutassuk be az elágazás és korlátozás módszerét egy 9×9 -es többmegoldásos sudoku feladvány megoldásán keresztül.
9. Legyen $w = w_1 w_2 \cdots w_n$ egy n betűből álló szó. Hívjuk részsónak w egy tetszőleges $w_i w_{i+1} \cdots w_{i+k}$ darabját ($1 \leq i \leq n-1$, $1 \leq k \leq n-i$). Adjon algoritmust, ami $O(n)$ lépésben meghatározza az összes a -val kezdődő és b -re végződő részsó számát.
10. Egy n és egy m karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg $a_1 a_2 \cdots a_n$ és a másik $b_1 b_2 \cdots b_m$, akkor olyan $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$ indexeket keresünk, hogy $a_{i+1} = b_{j+1}$, $a_{i+2} = b_{j+2}$, $\dots$, $a_{i+t} = b_{j+t}$ teljesüljön a lehető legnagyobb t számra. Adjon erre a feladatra $O(mn)$ lépést használó algoritmust.
11. Adott n chip, melyek képesek egymás tesztelésére a következő módon: ha összekapcsolunk két chipet, mindkét chip nyilatkozik a másíkról, hogy hibásnak találta-e. Egy hibátlan chip korrektül felismeri, hogy a másik hibás -e, míg egy hibás chip akármilyen választ adhat. Tegyük fel, hogy a chipek több, mint a fele korrekt. Adjunk algoritmust, mely n -nél kevesebb fenti tesztet használva kikeres egy jó chipet.
12. Egy tanteremben fel van szerelve egy $n \times n$ -es tábla, melyen n^2 villanykörte helyezkedik el. A tábla minden egyes sorához illetve oszlopához tartozik egy-egy nyomógomb, mellyel a megfelelő sorban (oszlopban) található n darab villanykörte állapotát egyszerre lehet átváltoztatni az ellenkezőjére. (Egy gombnyomásra az adott sorban illetve oszlopban égő körték elalszanak, az alvók pedig kigyulladnak.) A szünet kezdetekor az összes körte leoltott állapotban van. Szünetben a nebulók össze-vissza nyomogatják a gombokat. Hány kapcsolással tudja a tanár visszaállítani az eredeti állapotot? (A gombok egyállapotúak, azaz nem látszik rajtuk, hogy megnyomták-e őket vagy sem.)