

Algoritmuselmélet vizsga

A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc.

2013. június 13.

Kérjük, minden résztvevő **nevét**, **NEPTUN kódját**, a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Ezen kívül a legfelső lapra írja rá **gyakorlatvezetője nevét** is (akihez a NEPTUN szerint jár), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő.

Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-31 pont: 1, 32-43 pont: 2, 44-55 pont: 3, 56-67 pont: 4, 68-80 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár.

Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

Az eredményeket hétfő délig igyekszünk közzétenni a honlapon.

Megtekintés, szóbeli: 2013. június 17. hétfő , 14:00-15:00, QBF10

1. Tegyük fel, hogy $f(n), g(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. Mit jelent az, hogy $f(n) = \Omega(g(n))$? Mit jelent az, hogy $g(n) = O(f(n))$? Adjon részletes bizonyítást arra, hogy $n^4 + 5n^3 = O(n^5)$.
2. (a) Az $A[1 : n]$ tömb elemeinek rendezésére mikor használhatunk ládarendezést?
(b) Írja le a ládarendezés algoritmusát és adja meg a lépésszámát! (Bizonyítani nem kell.)
3. Ebben a feladatban a Prim algoritmus naív (tömbös) implementációjával kapcsolatos kérdésekre kell válaszolnia. Mi az algoritmus során használt (az órán KÖZEL és MINSÚLY nevű) tömbök jelentése? Hogyan kell ezeket inicializálni? Hogyan kell ezeket a tömböket az algoritmus futása során frissíteni?
4. Adott egy élsúlyozott irányítatlan G gráf, mely nem tartalmaz negatív összhosszúságú kört. A Floyd algoritmussal meghatározzuk az összes pontpárra a legrövidebb utak hosszát és közben azt tapasztaljuk, hogy a mátrix csak minden második frissítés során változik. Milyen felső becslést adhatunk ez alapján a kapott legrövidebb utak élszámára?
5. Városunkban trafikok fognak nyílani, összesen $3n$ darab, ezekre pályázatot írtunk ki. A pályázók között van n barátunk, azt szeretnénk, ha mindegyikőjük pontosan 3 trafikot kapna (nem mindenki pályázott mindenhova). Adjon algoritmust, ami annak ismeretében, hogy melyik barátunk melyik trafikokra pályázott $O(n^3)$ lépésben eldönti, hogy eloszthatók-e a trafikok a fenti feltételekkel és ha igen, akkor javasol is egy elosztást.
6. Építsünk piros-fekete fát a következő elemek egymás utáni beszúrásával: 21, 32, 15, 64, 75.
7. Lehetséges-e, hogy valamely X eldöntési problémára $X \in NP$ és $HAM \prec X$ egyszerre fennálljon?
8. P-ben van vagy NP-teljes az alábbi eldöntési probléma:
Input: irányítatlan G gráf
Kérdés: Igaz-e, hogy G csúcsai lefedhetők két (nem feltétlenül azonos csúcsszámú) pontdiszjunkt teljes gráffal?