

Algoritmuselmélet vizsga  
2012. december 20.

A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc.  
Az indoklás elengedhetetlen része a megoldásnak. Indoklás nélküli megoldásra nem jár pont.  
Az eredményeket közzéteesszük a [www.cs.bme.hu/algel](http://www.cs.bme.hu/algel) weboldalon, várhatóan ma este.  
Minden feladat 10 pontot ér, a ponthatárok: 0-31: elégtelen, 32- 43: elégséges, 44- 55: közepes, 56-67: jó, 68-80: jeles.  
Kiosztás és opcionális szóbeli holnap, december 21-én, 14.00-kor az IB 139-ben.

1. Milyen alakú inputok rendezésére alkalmas a radix rendezés? Írja le a radix rendezés algoritmusát és bizonyítsa be, hogy jól rendez! (A ládarendezést nem kell leírni.)
2. Ebben a feladatban a piros-kék algoritmussal kapcsolatos kérdésekre kell válaszolnia. Mit jelent az, hogy egy részleges színezés takaros? Mondja ki a piros szabályt és magyarázza el, hogy a Kruskal algoritmusban hol és hogyan használjuk ezt a szabályt!
3. Mi a Ládarendezés optimalizálási feladat? Írja le a megoldására tanult First Fit illetve First Fit Decreasing közelítő algoritmusokat! Fogalmazza meg a feladatot eldöntési problémaként is!
4. Dr. Watson egy  $n$  fokból álló lépcső tetejére szeretne feljutni, a lépcső fokai véletlenszerűen fehérre vagy feketére vannak festve. (Mindegyik fok be van festve valamelyik színnel, a lépcső teteje fehér.) Dr. Watson egyszerre legfeljebb  $2k$  fokot tud lépni felfele, de háborús sérülése miatt könnyen kifárad, ezért bármely két szomszédos lépése közül legalább az egyik  $k$ -nál nem nagyobb. Adjon algoritmust, ami  $O(nk)$  lépésben meghatározza, hogy legalább hány lépésre van szüksége, hogy feljusson lépcső tetejére úgy, hogy végig fehér színű fokokat használ!
5. Egy piros-fekete fában  $n$  elemet tárolunk. Javasoljon olyan algoritmust, ami inputként megkapva a fát, a fában tárolt elemekből összehasonlítások használata nélkül felépít egy kupacot!
6. (a) Adja meg az alábbi, irányított kört nem tartalmazó gráf egy topologikus sorrendjét! A gráf éllistája (zárójelben az él súlya): **A**: $B(5), C(5)$ ; **B**: $H(0)$ ; **C**: $B(-1), G(2), E(1)$ ; **D**: $A(-2), F(1)$ ; **E**: $-$ , **F**: $A(-3), G(2)$ ; **G**: $H(-3), E(-2)$ , **H**: $-$ .  
(b) Határozza meg a topologikus sorrend segítségével a legnagyobb összhosszúságú,  $A$ -ból induló gráfbeli út hosszát és magát a leghosszabb utat is!
7. Tegyük fel, hogy  $NP \subseteq P$ . Következik-e ebből, hogy az alábbi eldöntési feladat coNP-beli?  
**Input:**  $G$  irányítatlan gráf  
**Kérdés:** Igaz-e, hogy  $G$  élei kiszínezhetők 2014 színnel úgy, hogy az egy csúcsra illeszkedő élek színei mind különbözőek?
8. Igazolja, hogy a következő eldöntési probléma P-ben van, vagy azt, hogy NP-teljes!  
**Input:**  $G$  irányítatlan gráf  
**Kérdés:** Igaz-e, hogy van  $G$ -nek olyan feszítőfája, amelyben van egy pontosan 2012 fokú csúcs, minden más csúcs fokszáma pedig legfeljebb kettő?