2010. november 2.

2. Egy játékban k kártyalap van, mindegyiken az A, B, C, D, E, F betűk közül szerepel kettő (esetleg azonos) betű egymás után. A kártyák véletlenszerűen egy sorba vannak rakva. A cél minél kevesebb kártyát elvenni ebből a sorból úgy, hogy a maradékot a lyukaknál összetolva olyan sorozatot kapjunk, ahol minden kártya második betűje megegyezik a következő kártya első betűjével; a sorozat két vége tetszőleges. Adjon $O(k)$ lépésszámú algoritmust, amely megadja, hogy legkevesebb hány kártya elvétele szükséges! (A kártyák sorrendjét, helyzetét tilos megváltoztatni!)

3. Egy összefüggő irányítatlan G gráfban adott *különleges* csúcsok egy X halmaza. Határozza meg $O(|E(G)|)$ lépésben, hogy egy adott $s \notin X$ csúcsból mely X-beli csúcsokba lehet eljutni olyan úton, melyek közbülső csúcsai nem különlegesek!

4. Adott egy irányított $G = (V, E)$ gráf, két $s, t \in V$ csúcs a gráfban, valamint az éleken egy $w : E \to \mathbb{R}$ súlyfüggvény. Tudjuk, hogy a gráfban nincs negatív összsúlyú kör, és hogy egy adott $f \in E$ élen kívül minden más él súlya pozitív. Adjon $O((|V|+|E|)\log(|V|+|E|))$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza az s-ből t-be vezető utak minimális hosszát!

5. Egy kupac elemeit a postorder bejárás szerinti sorrendben listázva a következő sorrendet kapjuk: $17, 12, 5, 10, 3, 11, 9, 8, 2$. Rajzolja fel ezt a kupacot, majd hajtson végre rajta egy MINTÖR műveletet! Minden lépést jelezzen!

6. Egy n hosszú, csak a és b karakterekből álló w szóról tudjuk, hogy a-val kezdődik, és b-re végződik. Adjunk $O(\log n)$ lépésszámú algoritmust, amely keres egy ab alakú részszót w-ben! (Egy ilyen részszóban a-t közvetlenül b követi.)

7. F_1 és F_2 két bináris keresőfa, melyekben csupa különböző valós számot tárolunk; a két fának nincs közös eleme. Jelölje F_1 csúcsszámát n_1, F_2 csúcsszámát n_2. Adjon $O(n_1 + n_2)$ lépésszámú algoritmust, mely létrehoz egy nemcsökkenően rendezett tömböt, mely F_1 és F_2 elemeinek unióját tartalmazza!

Algoritmuselmélet pótzárthelyi
2010. november 19.

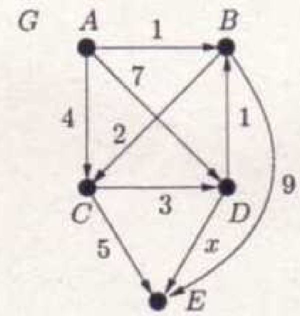
1. Az alábbi függvényeket rendezze olyan sorozatba, hogy ha f_i után közvetlenül f_j következik a sorban, akkor $f_i(n) = O(f_j(n))$ teljesüljön!
$f_1(n) = 2010\log_3(n^n)$, $\quad f_2(n) = n^{1+2+\cdots+\log\log n}$, $\quad f_3(n) = 4^{100+\log n}$.

Algoritmuselmélet vizsga
2011. január 20.

6. Egy n elemet tároló B_5 fa r gyökerének három gyereke van; r baloldali részfájában 100 elemet tárolunk. Mennyi lehet n minimális illetve maximális értéke?

2. Egy szót *palindromnak* nevezünk, ha a megfordítottja megegyezik önmagával. Egy n hosszú $w = w_1w_2 \dots w_n$ szó és tetszőleges $1 \leq i \leq j \leq n$ indexek esetén jelölje $P(i,j)$ a $w_iw_{i+1} \dots w_j$ szóban folytonos részszóként megtalálható palindromok maximális hosszát. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, amely minden $1 \leq i \leq j \leq n$-re meghatározza $P(i,j)$ értékét!
Példa: $w = babbac$ esetén P néhány értéke: $P(1,1) = 1$, $P(1,3) = 3$, $P(2,6) = 4$, $P(4,6) = 1$. (A szó betűi a magyar ábécé betűiből kerülnek ki.)

4. Dijkstra-algoritmussal határozza meg a G gráfban az A pontból az összes többi pontba menő legrövidebb utak hosszát az x pozitív valós paraméter függvényében. Minden lépésnél írja fel a távolságokat tartalmazó D tömb állapotát és a KÉSZ halmaz elemeit.



Algoritmuselmélet vizsgazárthelyi
2010. június 10.

4 Az $f(n)$ függvényre minden $n > 1$ esetben $f(n) \leq f(\lfloor n/2 \rfloor) + 3\log n$ és $f(1) = 2$ teljesül. Következik-e ebből, hogy $f(n) = O(n)$, illetve, hogy $f(n) = O((\log n)^2)$?

5. Egy pozitív egész élsúlyokkal ellátott irányított gráfon a Dijkstra-algoritmust futtattuk az A csúcsból indítva. Az alábbi, kissé töredékes, táblázatunk van az eredményről. Milyen értékek szerepelhettek a táblázatban az x és y helyeken? Véget ért-e az algoritmus, és ha nem, adja meg a táblázat összes lehetséges folytatását!

A	B	C	D	E	F
0	∞	9	3	∞	10
0	15	8	3	x	6
0	14	7	3	5	6
0	10	y	3	5	6

2010. június 17.

4. Tudjuk, hogy az $f(n)$ függvényre $f(1) = 3$, valamint minden $n > 1$ esetben $f(n) = 2 \cdot f(\lfloor n/2 \rfloor) + 5n$. Következik-e ebből, hogy
   (a) $f(n) = O(n^2)$?
   (b) $f(n) = O(n \log n)$?

5. Adott az n elemű $A[1] \leq A[2] \leq \ldots \leq A[n]$ tömb. Hogyan lehet $O(\log n)$ lépésben meghatározni, hogy az n közül hány elemnek az értéke egyezik meg az $A[1]$ értékkel?