

6. gyakorlat

Menger-tételek, többszörös összefüggőség

1. Hányszorosan pont- illetve élösszefüggők az alábbi gráfok?
 - a) n hosszú kör
 - b) n hosszú út
 - c) K_n
 - d) $K_{n,n}$
 - e) $K_{m,n}$
 2. Legyen G egy gráf, melyet úgy kaptunk, hogy egy k -szorosan összefüggő gráfhoz hozzávettünk egy új, legalább k fokú csúcsot. Mutassuk meg, hogy ha G egyszerű gráf, akkor k -szorosan összefüggő.
 3. Mutassuk meg, hogy egy k -szorosan összefüggő n pontú gráfnak legalább $\frac{kn}{2}$ éle van.
 4. Bizonyítsuk be, hogy ha egy gráf legalább $\frac{n}{2}$ -szeresen összefüggő, akkor van benne Hamilton kör.
 5. Legyen $k \leq n - 1$. Bizonyítsuk be, hogy ha egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n+k-2}{2}$, akkor a gráf k -szorosan összefüggő.
 6. Tetszőleges $k \leq l$ egészekre konstruáljunk olyan gráfot, amely k -szorosan pontösszefüggő és l -szeresen élösszefüggő.
 7. Mutassunk olyan gráfot, amely kétszeresen, de nem háromszorosan összefüggő, háromszorosan, de nem négyszeresen élösszefüggő és legalább négy él megy ki minden pontból.
-
8. Legyenek A, B és C diszjunkt, r elemű halmazok. Készítsünk egy G gráfot úgy, hogy a csúcsainak halmaza legyen $A \cup B \cup C$, és két csúcsot akkor kössünk össze éllel, ha nem ugyanabba a halmazba esnek. Határozzuk meg azt a maximális k számot, melyre G k -szorosan összefüggő.
 9. Mutassuk meg, hogy ha G egy egyszerű síkgráf, akkor nem lehet hatszorosan összefüggő.
 10. Legfeljebb hány élet lehet elhagyni a 10 csúcsú teljes gráfból úgy, hogy a maradék gráf négyszeresen élösszefüggő legyen?
 11. Bizonyítsuk be, hogy 3-reguláris gráfokra az él- és pontösszefüggőségi számok megegyeznek.
 12. Adott egy k -szorosan összefüggő gráf, benne két diszjunkt ponthalmaz $A = \{a_1, \dots, a_k\}$ és $B = \{b_1, \dots, b_k\}$. Bizonyítsuk be, hogy van k pontfüggetlen út, melynek egyik vége az A -beli, másik vége B -beli!
 13. Egy térképen A országból B országba el lehet jutni akkor is, ha a kontinens bármely (A -tól és B -től különböző) 10 országa lezárja határait. Bizonyítsuk be, hogy ha minden határ nyitva van akkor 11 vándor eljuthat A -ból B -be úgy, hogy A -n és B -n kívül nincs olyan ország, amelyben egynél több vándor fordult meg.