

12. gyakorlat Mellékosztály, gráfok mátrixai

- Határozzuk meg az S_3 csoport összes részcsoportját! Adjuk meg mindegyikhez a bal és jobb oldali mellékosztályokat!
 - Döntsd el, hogy a megadott csoportokban baloldali mellékosztályt alkotnak-e (valamilyen részcsoport szerint) az alábbi részhalmazok!
 - az egész számok csoportja az összeadással; a $8k + 5 (k \in \mathbb{Z})$ alakú egészek
 - az egész számok csoportja az összeadással; a prímszámok
 - $D_{15}; \{t_1 f_{24}, t_1 f_{144}, t_1 f_{264}\}$
 - S_n ; azok a permutációk, melyek 1-hez 2-t rendelnek
 - Bizonyítsuk be, hogy egy egyszerű, irányítatlan gráf akkor és csak akkor páros, hogyha a szomszédossági mátrixának minden páratlan kitevőjű hatványában minden diagonálem zérus!
 - Legyen A egy egyszerű, irányítatlan gráf szomszédossági mátrixa. Bizonyítsuk be, hogy akkor és csak akkor igaz, hogy A bármely két sorának a skaláris szorzata legfeljebb egy, ha a gráf nem tartalmaz 4-hosszú kört!
 - Legyen B egy irányítatlan gráf illeszkedési mátrixa. Mivel egyenlő BB^T ?
 - Legyen A az n csúcsú G egyszerű, összefüggő gráf szomszédossági mátrixa. Mi a G gráf, ha tudjuk, hogy az $A + A^2$ mátrix minden eleme azonos?
-
- Legyen H egy részcsoportja, A egy részhalmaza egy G véges csoportnak, és $g \in G, h \in H$! Biztosan igazak, biztosan hamisak, vagy lehetnek igazak és hamisak is az alábbi állítások?
 - $|gA| = |A|$
 - $hH = H$
 - $ghH = gH$
 - $hgH = gH$
 - Határozd meg a megadott G csoportok H részcsoportja szerinti baloldali és jobboldali mellékosztályait!
 - G a $\{0, 1, 2, \dots, 11\}$ számok csoportja a modulo 12 összeadásra nézve, $H = \{0, 4, 8\}$.
 - $G = \mathbb{R}^5$ és a vektorösszeadás, $H = \{(x, y, z, 0, 0) \mid x, y, z \in \mathbb{R}\}$
 - G a nemnulla valósok a szorzással, $H = \{-1, 1\}$.
 - $G = S_3$ és $H = \{I, (12)\}$.
 - G a nonszinguláris mátrixok a mátrixszorzással, H az 1 determinánsú mátrixok.
 - G az egész számok az összeadással, H a 2007-tel osztható egészek.
 - G az $\{1, 2, \dots, 10\}$ halmaz összes részhalmazainak halmaza a szimmetrikus differencia műveletével, H azon részhalmazokból áll, melyek a 9-et és a 10-et nem tartalmazzák.
 - $G = D_n, H = \{I, t_1\}$
 - Igaz-e, hogy ha a G gráf szomszédossági mátrixának 5. hatványában a főátló nem minden eleme 0, akkor van a gráfban 5 hosszú kör?
 - Egy irányítatlan gráf A szomszédossági mátrixára fennáll, hogy $A = A^{-1}$. Mi lehet ez a gráf?