Adatstruktúrák és algoritmusok zárthelyi
2010. április 14.

1. Az alábbi függvényeket rendezze sorba oly módon, hogy ha f_i után közvetlenül f_j következik a sorban, akkor $f_i(n) = O(f_j(n))$ teljesüljön!
$f_1(n) = 99n + 4^{\log n}$, $\qquad f_2(n) = \frac{n^{\log n}}{n^2}$, $\qquad f_3(n) = 2010n\log^2 n$.
2. A gólyatáborban $2n+1$ diákot a következőképp állítanak sorba: minden diák egymás után írja a bizonyítványában szereplő jegyeket, majd ezeket összeolvasva megkapja saját ,,pontszámát". Az így kapott pontszámok szerinti növekvő sorrend adja a diákok sorrendjét. Feltesszük, hogy minden bizonyítványban c jegy van, mind 1 és 5 közötti egész (azaz minden pontszám ugyanúgy c számjegyű). Adjon $O(n+c)$ lépésszámú algoritmust, amely a diákok pontszámainak alapján meghatározza a középső helyen álló diákot!
3. Az A tömbben n számot tárolunk, és tudjuk, hogy az $A[1], A[2], \ldots, A[n]$ sorozat először csökkenő, majd növekvő. Mind a csökkenő, mind a növekvő rész lehet üres. Adjon $O(\log n)$ lépésszámú algoritmust, amely megadja az A-beli számok közül a legnagyobb és a legkisebb különbségét!
4. Milyen lehet annak a bináris fának az alakja, melyre a csúcsok preorder bejárás szerinti sorrendje $a, b, c, x_1, x_2, \ldots, x_k$, az inorder bejárás szerinti sorrendje pedig $c, b, a, x_1, x_2, \ldots, x_k$ (az első három helytől eltekintve tehát a két sorrend azonos).
5. Adott $2n$ valós szám, ezeket szeretnénk párokba állítani úgy, hogy mindegyik szám az n pár közül pontosan egyben szerepeljen. Egy (a_1, b_1), (a_2, b_2), $\ldots$, (a_n, b_n) párbaállítás *költsége* az $a_1 + b_1$, $a_2 + b_2$, $\ldots$, $a_n + b_n$ számok közül a legnagyobb. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatároz egy minimális költségű párbaállítást!
6. Egy 2-3-fa kezdetben csak a $4, 5, 8$ elemeket tárolja. Rajzolja le ezt a fát, majd szúrja be a $7, 10, 11$ elemeket, végül törölje az 5 elemet! Minden lépés után rajzolja le a fát!
7. Egy B_7-fában összesen 1000 számot tárolunk. A gyökérnek három gyereke van. Mennyi a fa szintjeinek minimális illetve maximális száma? (A fa gyökere az első szinten van.)
8. Nyitott címzésű hasheléssel, a $h(K) = K \bmod 11$ hash-függvényt használva szúrja be egy kezdetben üres 11 méretű táblába az alábbi kulcsokat: $16, 4, 82, 15, 81, 20$. Az ütközések feloldására kettős hashelést alkalmazzon, ehhez a második hash-függvény legyen $h'(K) = 1 + (K \bmod 10)$. Minden lépés után rajzolja le a tábla állapotát!

Válaszát minden esetben indokolja is!