1. Határozzuk meg az alábbi mátrix egy minimális diadikus felbontását és a mátrix karakterisztikus polinomját!

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -7 & -2 & 9 \\ -2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

2. Egészítsük ki teljes biortogonális rendszerré az alábbi vektorrendszert, ha lehetséges!

$$v^T = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 \end{bmatrix}, \qquad u = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

3. Határozzuk meg az alábbi mátrix determinánsát, adjungáltját és inverzét!

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 & 3 \\ -1 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Határozzuk meg az alábbi mátrix karakterisztikus polinomját, minimálpolinomját és sajátvektorait!

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

5. Határozzuk meg az alábbi mátrix inverzét!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Határozzuk meg az alábbi mátrix pszeudoinverzét!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7. Határozzuk meg az

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 6 & 3 & 5 \\ 4 & 14 & 1 & 7 \\ 2 & -3 & 3 & \lambda \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

egyenletrendszer megoldását a λ paraméter függvényében!

8. Adjuk meg az alábbi mátrixhoz tartozó interpolációs polinomokat!

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

9. Határozzuk meg az e^A mátrixot, ahol

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

10. Határozzuk meg az $\dot{x} = Ax$, $x(0) = x_0$ megoldását, ahol

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

11. A 3×3 méretű A mátrix sajátértékei legyenek -2, -2, -1 és tegyük fel, hogy a minimálpolinomja megegyezik a karakterisztikus polinomjával. Adjuk meg az $\dot{x} = Ax$, $x(0) = x_0$ egyenletrendszer megoldását!

12. Hozzuk az alábbi mátrixot Jordan-féle normálalakra!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

13. Határozzuk meg az alábbi nilpotens mátrix Jordan-féle normálalakját!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -5 & 4 \\ 8 & -4 & 4 & -4 \\ 15 & -10 & 11 & -10 \end{bmatrix}$$