

VISZAA07 tételsor a Számítástudomány alapjaihoz
a 2024/2025-ös tanév I. félévre

A **félkövéren** szedett dolgokat tudni kell ismertetni, kimondani, ill. definiálni. A vizsgán az anyag értő ismeretét kérjük számon, az elégségesért nem kell bizonyítást tudni.

- Gráfelméleti alapfogalmak: **csúcs, él, diagram, foksám**. Egyszerű gráf, irányított gráf, komplementer gráf, él- és csúcstörlés, élhozzáadás, részgráf, feszítő és feszített részgráf, izomfia, élsorozat, séta, út, kör, **összefüggő gráf**, komponens, **kézfogás-lemma**.
- Élhozzáadási lemma**. Erdő, **fa**, és azok egyszerű tulajdonságai: két levél, erdők élszáma. **Feszítőfa** létezése, feszítőfához tartozó alapkörök és alap vágások.
- Minimális költségű feszítőfa** és azok jellemzése a c -feszítő tulajdonság segítségével. **Kruskal-algoritmus** és annak helyessége.
- Általános gráfbejárás: **a csúcsok állapotváltozása, a bejárás általános lépése**, elérési és befejezési sorrend, az élek osztályozása bejárás után. A **BFS** és tulajdonságai, legrövidebb utak fájának létezése.
- Gráfút hossza, gráfcsúcsok távolsága, **élemti javítás**. **Dijkstra-algoritmus** és annak helyessége, legrövidebb utak fája.
- Mélységi keresés**, annak során fellépő éltípusok, mélységi- és befejezési számozásból az éltípus meghatározása, irányított kör létezésének eldöntése DFS-sel.
- Irányított aciklikus gráfok (DAG-ok)** és azok jellemzése, **topologikus sorrend** és annak keresése. Leghosszabb utak keresése, **PERT-módszer**, kritikus utak és tevékenységek.
- Hamilton-kör és -út** létezésére szükséges, ill. elégséges feltételek: komponensszám ponttörés után (Petersen-gráf), **Dirac és Ore tételei**, gazdag párok, hízlalási lemma, Chvátal-lezárt.
- Síkbarajzolható és síkbarajzolt gráfok, tartomány**. Gráfok gömbre rajzolhatósága, sztereografikus projekció, és ezek következményei. Duális kézfogáslemma, **(általánosított) Euler-féle poliédertétel**.
- Egyszerű, síkbarajzolható gráf esetén felső korlátok az élszáma és a minimális foksámra. **Kuratowski-gráfok, Kuratowski-tétel** (biz. csak a könnyebbik irányban). **Euler-séta és körséta**, ezek létezésének szükséges és elégséges feltétele.
- Lineáris egyenletrendszer, kibővített együtthatómátrix, elemi sorokvivalens átalakítás (ESÁ)** és kapcsolata a megoldásokkal. **Lépcsős alak és redukált lépcsős alak, vezéregyes, megoldás leolvasása**. Tilos sor, kötött változó, szabad paraméter, ezek jelentése a megoldás/megoldhatóság szempontjából. **Gauss-elimináció**.
- Az \mathbb{R}^n tér, vektorműveletek azonosságai, **altér** és példák \mathbb{R}^2 -ben és \mathbb{R}^3 -ban, (triviális) **lineáris kombináció**, generált altér, **generátorrendszer, lineáris függetlenség** (kétféle definíció). Lineáris független rendszer hízlalása, generátorrendszer ritkítása, kicserélési lemma, **F-G egyenlőtlenség**.
- Altér bázisának** fogalma, bázis létezése, \mathbb{R}^n **standard bázisa**. Bázis konstrukciója homogén lineáris egyenletrendszerrel megadott altér esetén.
- Altér előállítása homogén lin. egyenletrendszer megoldásaiként generátorrendszerből. **Altér dimenziója** és annak jóldefiniáltsága. **Koordinátavektor fogalma** és annak egyértelműsége.
- Permutáció és inverziószám**. **Bástyaelhelyezés** és permutáció kapcsolata, inverzióban álló bástyapárok. **Determináns, felső háromszög mátrix determinánisa**.
- Mátrix transzponáltja**, transzponált determinánisa, **ESÁ hatása a determinánusra**, determinánsszámítás felső háromszög mátrixra transzformálással, **előjeles al-determináns, kifejtési tétel**.
- Vektorok skaláris szorzásának tulajdonságai. **Mátrixok összeadása és szorzásai**, e műveletek és az **egységmátrix** tulajdonságai. Determinánsok szorzástétele (biz. nélkül). A szorzatmátrix sorainak és oszlopainak különös tulajdonsága, ESÁ és mátrixszorzás kapcsolata.
- A determináns és a sorok, illetve az oszlopok lineáris függetlenségének kapcsolata. Jobb- és balinverz, ezek viszonya. **Mátrixok inverze**. **Az inverz kiszámítása, létezésének szükséges és elégséges feltételei**.
- Sor-, oszlop- és determinánsrang**, ezek viszonya és **kiszámítása**. Összeg és szorzat rangja.
- Lineáris egyenletrendszer mátrixegyenletes alakja**, a megoldhatóság és az oszlopok alterének kapcsolata. Összefüggés az egyértelmű megoldhatóság, az egyenletek és ismeretlenek száma között. Az egyértelmű megoldhatóság feltétele $n \times n$ méretű együtthatómátrix esetén.