

A 2024. évi Kőnig Dénes Diszkrétmatematika-verseny feladatai

2024. április 30.

1. Tegyük fel, hogy az $A_1, A_2, \dots, A_{n+2}$ $n \times n$ méretű négyzetes mátrixok minden eleme valós szám. Bizonyítsuk be, hogy található köztük olyan A_i és A_j , amire $i \neq j$ és az A_j mátrix megkapható az A_i -ből elemi sorokvivalens átalakítások (azaz sorcserék, sor nemnullával történő végigszorozása ill. egyik sornak egy másik sorhoz történő hozzáadása) és transzponálások alkalmas egymásutánjával.
2. Tegyük fel, hogy a $2n$ pontú F fa minden e éléhez adott egy pozitív $\ell(e)$ élhossz. Az F csúcsaiból úgy kell n párt képeznünk, hogy F minden csúcsa pontosan egy párban szerepeljen. Adjunk gyors eljárást olyan párrendszer megtalálására, amiben az összepárosított csúcsokat összekötő F -beli utak összhossza a lehető legkisebb. Hogyan lehet egy nemnegatív ℓ' hosszfüggvényhez minimális összhosszt megvalósító párrendszert találni egy, az ℓ hosszfüggvény szerinti optimális párrendszer ismeretében?
3. Legfeljebb hány éle lehet egy n csúcsú, irányítatlan értelemben egyszerű, erősen összefüggő irányított G gráfnak, aminek úgy színezhető ki minden éle a piros, fehér vagy zöld színek valamelyikére, hogy G minden irányított körsétája tartalmazzon piros, fehér és zöld élt is? (Egy G irányított gráf akkor erősen összefüggő, ha G tetszőleges u, v csúcsaira van G -ben irányított uv -út és irányított vu -út is.)
4. Három ház és három kút áll a mezőn. Lehetséges-e megépíteni a házakat egymással összekötő három utat és a kutakat egymással összekötő másik három utat a mezőn úgy, hogy e hat út közül bármely kettő pontosan egy belső pontban keresztezze egymást, de semelyik három út ne keresztezze egymást közös belső pontban?

Tudnivalók a hátoldalon

Versenyfeltételek és tudnivalók

A Kőnig Dénes Diszkrétmatematika-versenyen a BME VIK BSc és MSc és a BME TTK BSc tanulmányokat folytató hallgatói vehetnek részt.

A feladatok kidolgozására 150 perc fordítható. Ezalatt tilos a versenyzők együttműködése, és a résztvevők nem használhatnak sem írott, sem elektronikus segédeszközt. Minden versenyző helyesen és jól olvashatóan tüntesse fel a nevét és neptun kódját a beadott dolgozat minden lapjának első oldalán, lehetőleg a jobb felső sarokban. Kérjük a versenyzőket, hogy egyértelmű áthúzással jelezzék dolgozatukban a hibásnak ítélt részeket. A versenydolgozat beadása nem kötelező. Kérjük továbbá, hogy mindazon versenyzők, akik még nem regisztráltak, ezt tegyék meg a verseny után mihamarabb a www.cs.bme.hu/konig linkről nyíló űrlapon. A kijavított dolgozatokba betekintést biztosítunk a fenti linken később meghirdetett időpontban.

A verseny díjazottjait a Kari Tanulmányi Verseny pályázati adatlapon megadott e-mail címen értesíti a dékáni hivatal. A versenyen történő részvételnek nem, ám a versenyző esetleges díjazásának feltétele ez utóbbi adatlap beküldése a www.cs.bme.hu/konig oldalon leírtak szerint.

Jó munkát kíván

a versenybizottság