Bevezetés a számításelméletbe I.

10. gyakorlat, 2006. november 22.

Koblinger Egmont <egmont@cs.bme.hu>

Kombinatorika

103. (a) Hányféleképpen állítható sorba n (különböző) gyerek?
 (b) Hányféleképpen ültethető kör alakú asztal köré n lovag?
 (c) Hányféleképpen fűzhető fel n különböző színű gyöngy egy láncra?
 (d) Válaszoljuk meg az előző kérdéseket akkor is, ha Jancsi és Juliska, Sir Lancelot és King Arthur, illetve a kék és a fehér gyöngy egymás mellé kell hogy kerüljenek.

104. Hány olyan hatjegyű szám létezik, amelyben van két azonos számjegy? És hány ilyen 15 jegyű szám létezik?

105. Hányféleképpen lehet eljutni az origóból a (2,3,5) pontba, úgy, hogy csak egységnyi hosszú jobbra, fel és előre lépések lehetségesek?

106. Hányféleképpen tölthető ki egy lottószelvény? Hány 5, 4 és 3 találatos kitöltés van?

107. Hányféleképpen osztható egy 30 fős osztály hat ötfős csapatra? (A csapatoknak nincs sorrendje, vagyis két felosztás azonos, ha mindenkinek ugyanazok a csapattársai az egyikben, mint a másikban.)

108. Legfeljebb hány pontban metszik egymást egy konvex 9-szög átlói?

109. A polcon egymás mellett 12 könyv van. Hányféleképpen lehet kiválasztani 4-et úgy, hogy ne legyen közöttük két egymás melletti?

110. Egy részeg postás figyelmetlenül oszt szét öt levelet azok címzettjeinek. Hányféleképpen teheti ezt meg úgy, hogy senki se a sajátját kapja meg? És úgy, hogy pontosan 1, 2, 3, 4 ill. 5 címzett kapja meg a saját levelét?

111. Hány olyan 10 hosszú dobássorozat van (hagyományos dobókockával), melyben a dobott számok összege osztható 3-mal?

112. Egy n elemű halmaznak legfeljebb hány részhalmaza adható meg úgy, hogy bármelyik kettő metszete nemüres halmaz legyen?

113. Igazoljuk az alábbi azonosságot: $\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k} = n \cdot 2^{n-1}$.

114. Egy 12 fős társaságot egy szálloda két háromágyas és három kétágyas szobájában kell elszállásolni. Hány különböző szobabeosztás lehetséges, ha az azonos számú ágyat tartalmazó szobákat nem különböztetjük meg egymástól, és a szobán belüli elhelyezkedés sem számít?

115. Nyolc ember szeretne teniszezni három teniszpályan úgy, hogy az egyik pályán párost, a két másikon egyénit játszanak. Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha a pályákat különbözőeknek tekintjük, de ugyanazon pálya két térfelét nem különböztetjük meg? (Természetesen az embereket is különbözőeknek tekintjük, és az is számít, hogy a négy páros meccset játszó játékos között ki kinek a partnere.)

116. Tizenöt vívóból hányféleképpen alkothatunk három különböző (de nem feltétlenül diszjunkt) négyfős csapatot?