

Bevezetés a számításelméletbe I.

1. gyakorlat, 2006. szeptember 13.

Koblinger Egmont <egmont@cs.bme.hu>

Koordinátageometria, vektorterek

- Milyen hosszúságú a $(3, 4, 12)$ vektor?
- A z mely értékei mellett merőleges az $(5, -3, 2)$ és a $(7, 4, z)$ vektor egymásra?
- Írjuk fel a $(3, 4, 5)$ ponton átmenő, a $3x + y - 3z = 8$ egyenletű síkkal párhuzamos sík egyenletét.
- A c valós paraméter milyen értékeire lesz merőleges a $3x + cy + 4z = 7$ és a $12x - cy + 16z = 5$ egyenletű sík? Milyen c esetén fogják egymást metszeni?
- Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amelyik átmege az origón és merőleges a $(2, 3, 4)$ vektorra! Írjuk fel az ezzel párhuzamos, $(1, 1, 1)$ pontot tartalmazó síkét is.
- Egy sík a koordinátatengelyeket a $(2, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(0, 0, 5)$ pontokban metszi. Írjuk fel az egyenletét.
- Határozzuk meg az $x + y + z = 5$ egyenletű sík és a $2x - y - 2z = 3$ egyenletű sík metszésvonalának azt a pontját, amelyik az x és az y tengely által meghatározott síkba esik.
- Írjuk fel a $(12, -1, 9)$ ponton átmenő és az $x = 3 + 7t$, $y = -8 + 5t$, $z = -t$ egyenletű egyenessel párhuzamos egyenes egyenletét. Állítsuk elő az egyenest két sík metszeteként is!
- Határozzuk meg a háromdimenziós térben az $(1, 1, 1)$ és $(2, 2, 4)$ pontokon átmenő egyenes és a $2x + 3y - z = 2$ egyenletű sík metszetét.
- Határozzuk meg a $3x + 4y + 12z + 25 = 0$ sík és a $(2, 3, 4)$ pont távolságát.
- Határozzuk meg az $Ax + By + Cz + D = 0$ sík és az (x_0, y_0, z_0) pont távolságát. (A, B, C, D, x_0, y_0 és z_0 valós paraméterek.)
- Legyen $a = (7, -5, 1)$ és $b = (8, 13, 6)$. Bontsuk fel b -t egy a -val párhuzamos és egy a -ra merőleges összetevőre.
- Vektorteret alkotnak-e az alábbi halmazok (a valós számok, mint skalárhalmaz felett)?
 - Az összes térvektor,
 - a sík összes, x vagy y tengellyel párhuzamos vektora,
 - az összes $ax + by = c$ alakú egyenlet,
 - az összes n -edfokú egyváltozós polinom,
 - az összes legfeljebb n -edfokú egyváltozós polinom,
 - az összes egyváltozós polinom,
 - a folytonos függvények,
 - $\{f : f(5) \geq 0\}$,
 - $\{f : f(5) = f(8)\}$.
- A valós számhármassok terében vektorteret alkotnak-e azok az (x_1, x_2, x_3) vektorok, melyekre
 - $x_1 = 2x_2 - 3x_3$
 - $x_1 = 2x_2 - 3x_3 + 2$
- V_1 és V_2 a V vektortér alterei, milyen feltételek mellett lesz
 - $V_1 \cap V_2$ altér,
 - $V_1 \cup V_2$ altér?
- Az u, v és w vektorok elemei, W pedig altere egy vektortérnek, továbbá tudjuk, hogy $u + v \in W$, $3u + w \in W$, de $v + 2w \notin W$. Mutassuk meg, hogy $6u + 3v + w \in W$, de $5u + 3v + w \notin W$.

Számítástudományi és Információelméleti Tanszék honlapja:

<http://www.cs.bme.hu/>

Feladatsoraim:

<http://www.cs.bme.hu/~egmont/bsz/>

BSz Fan Club:

<http://www.cs.bme.hu/~zoli/bszfc/>