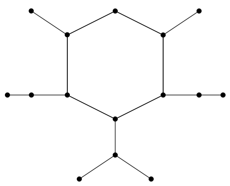
Bevezetés a számításelméletbe II.

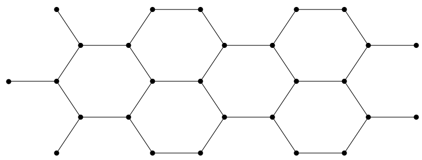
5. gyakorlat, 2006. március 22.

Koblinger Egmont <egmont@cs.bme.hu>

Gallai tételek – Színezések 1.

45. Határozzuk meg a független élek maximális számát az alábbi két gráfban. Bizonyítsuk be, hogy nem lehet többet találni!





46. Az $a_1, a_2 \dots a_{2004}$ csúcsokból álló G gráf a_i és a_j pontja akkor van összekötve, ha $i+j$ osztható 3-mal (és $i \neq j$). Határozzuk meg $\tau(G)$, $\nu(G)$, $\rho(G)$, $\alpha(G)$, $\omega(G)$ értékét.

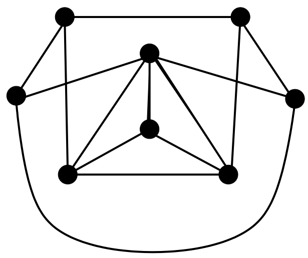
47. Bizonyítsuk be, hogy $\Delta(G) \cdot \tau(G) \geqslant |E(G)|$.

48. Igazoljuk, hogy $\chi(G) \geqslant \frac{|V(G)|}{\alpha(G)}$. Keressünk olyan gráfokat, ahol ez a becslés pontos, illetve ahol pontatlan.

49. Bizonyítsuk be, hogy minden n csúcsú gráfra $\chi(G) \cdot \chi(\overline{G}) \geqslant n$.

50. Határozzuk meg véges egyszerű G gráfokra a $\frac{\tau(G)}{\nu(G)}$ érték lehető legkisebb és legnagyobb értékét.

51. Hány szín szükséges az alábbi gráf pontjainak kiszínezéséhez?



52. Legyen $V(G) = \{v_1, \dots, v_{100}\}$, ahol v_i és v_j között akkor és csak akkor megy él, ha $7 \geq |i-j|$. Mennyi G kromatikus száma?

53. Minden páros G gráfra $\chi(G) \leqslant 2$. Mikor nem áll egyenlőség?

54. Bizonyítsuk be, hogy minden páros G gráfra $\chi(G) = \omega(G)$.

55. Legyenek G csúcsai az összes természetes számok és legyen az n és m csúcs éllel összekötve pontosan akkor, ha $n+m$ páratlan. Mennyi a gráf kromatikus száma?

56. A $V(G) = 1, 2, \dots 1023$ ponthalmazon definiáljuk a G gráfot úgy, hogy benne k és m pontosan akkor van összekötve éllel, ha nem egyenlőek és az egyik osztja a másikat. Határozzuk meg $\chi(G)$ értékét.

Puska:

τ (tau) – lefogó pontok minimális száma
α (alfa) – független pontok maximális száma
ρ (ró) – lefogó élek minimális száma
ν (nű) – független élek maximális száma