

# Bevezetés a számításelméletbe I.

11. gyakorlat, 2005. november 28.

Koblinger Egmont <egmont@cs.bme.hu>

## Gráfok – Bevezetés

120. Van-e olyan (legalább két pontú) gráf, melyben minden pont foka különböző?
121. Van-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok foka rendre
  - (a) 1, 2, 2, 3, 3, 3;
  - (b) 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4;
  - (c) 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7;
  - (d) 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6;
  - (e) 1, 1, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 8, 9;
  - (f) 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7?
122. Igazoljuk, hogy tetszőleges gráfban a páratlan fokú pontok száma páros.
123. Hány olyan egyszerű gráf van, melynek fokszámai: 2,3,3,4,6,6,6?
124. Milyen komponensekből állhat egy gráf, ha minden pontjának a foka legfeljebb 2?
125. Bizonyítsuk be, hogy minden fában van olyan pont, amit az összes leghosszabb út tartalmaz.
126. Hány 3 hosszú kör található abban a gráfban, amelyet az  $n$  szögpontú  $K_n$  teljes gráfból kapunk, ha egy élét elhagyjuk?
127. Rajzoljuk fel az összes 3, 4, ill. 5 pontú fát (az izomorfakat csak egyszer).
128. Hány olyan, páronként nem izomorf 5 pontú és 8 élű egyszerű gráf létezik, melyben pontosan két darab harmadfokú pont van?
129. Hány páronként nem izomorf 4 pontú és 3 élű egyszerű irányított gráf létezik?
130. Hány olyan páronként nem izomorf 6 pontú összefüggő egyszerű gráf létezik, melyben két másodfokú és négy harmadfokú pont van?
131. Egy gráf izomorf a komplementerével. Mutassuk meg, hogy összefüggő.
132. Rajzoljunk a komplementerével izomorf 5, ill. 6 pontú gráfot.
133. Egy négyreguláris (minden csúcs fokszáma 4) összefüggő gráfból töröljük egy fa éleit. Bizonyítsuk be, hogy a maradék legalább két kört tartalmaz.
134. Rajzoljuk le azt a gráfot, melynek pontjai a 4 hosszú nullákból és egyesekből álló sorozatok, és két csúcs akkor van éllel összekötve, ha egyik a másiktól egy „forgatással” megkapható, azaz ha az egyik a  $(b_1, b_2, b_3, b_4)$ , akkor a másik a  $(b_2, b_3, b_4, b_1)$  sorozathoz tartozó pont.
135. Az előre megszámozott (címkézett)  $n$  darab pont közé hányféleképp húzhatunk be éleket úgy, hogy egyszerű gráfhoz jussunk?
136. Hány különböző olyan körmentes gráf létezik  $n$  címkézett ponton, amelyben az élék száma valamilyen  $n - 1$ -nél kisebb fix  $k$  szám, és amiben pontosan  $n - k - 1$  izolált pont van?
137. Hány különböző fa adható meg  $n$  ponton?
138. Rajzoljuk le a 447741 Prüfer-kódú fát.
139. Egy  $F$  fa Prüfer-kódja csupa különböző számból áll. Hogyan jellemezhetjük  $F$ -et?
140. Válasszuk meg az  $x$  értékét úgy, hogy az alábbi sorozat egy olyan fa Prüfer-kódja legyen, amelyben minden pont fokszáma páratlan szám. Adjuk is meg ezt a fát! A sorozat: 1, 1, 5,  $x$ , 6, 6, 8. (Egy  $n$  csúcsú fa Prüfer-kódjába most beleértjük annak  $(n - 1)$ -edik,  $n$ -nel egyenlő elemét is.)